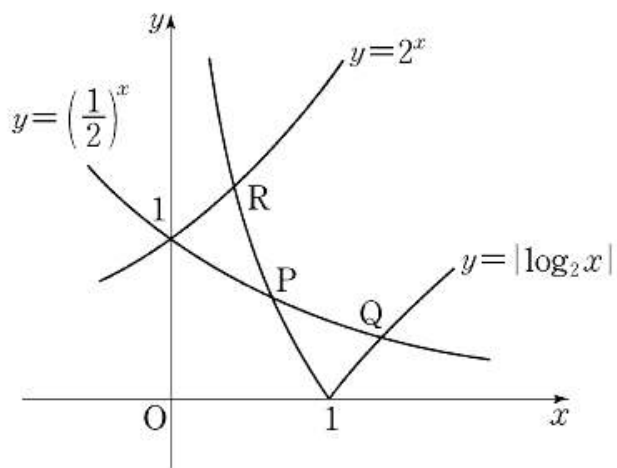


고지우의 **난문현답**

제 2 일

1. 2011년 수능
2. 2010년 4월 교육청
3. 2015년 4월 교육청
4. 2015년 사관학교
5. 2013년 수능
6. 2015년 사관학교
7. 2014년 수능
8. 2010년 경찰대
9. 2006년 10월 교육청
10. 2011년 9월 평가원

1. 좌표평면에서 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 이 만나는 두 점을 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하고, 두 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 $y = 2^x$ 이 만나는 점을 $R(x_3, y_3)$ 이라 하자.
옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



- ㉠. $\frac{1}{2} < x_1 < 1$
- ㉡. $x_2 y_2 - x_3 y_3 = 0$
- ㉢. $x_2(x_1 - 1) > y_1(y_2 - 1)$

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

2. 부등식 $\sin(x+y) \geq \cos(x-y)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $x+2y$ 의 최댓값은? (단, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ π
- ④ $\frac{5}{4}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

3. 함수 $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ 의 극댓값을 α 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) - \frac{\alpha}{n}x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

4. 함수 $f(x) = -xe^{2-x}$ 가 상수 a 가 다음 조건을 만족시킨다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 할 때, $x < a$ 이면 $f(x) > g(x)$ 이고, $x > a$ 이면 $f(x) < g(x)$ 이다.

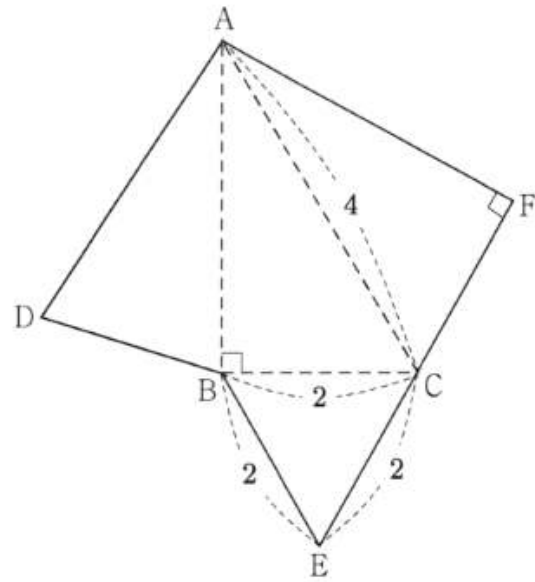
곡선 $y = f(x)$ 와 접선 $y = g(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $k - e^2$ 이다. k 의 값을 구하시오. [4점]

5. 자연수 n 에 대하여 포물선 $y^2 = \frac{x}{n}$ 의 초점 F 를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자.

$\overline{PF}=1$ 이고 $\overline{FQ}=a_n$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

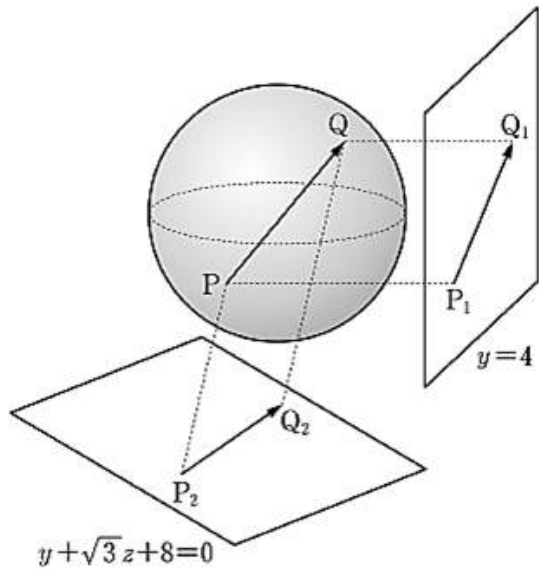
- ① 210 ② 205 ③ 200
- ④ 195 ⑤ 190

6. 그림은 어떤 사면체의 전개도이다. 삼각형 BEC 는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이고 $\angle ABC = \angle CFA = 90^\circ$, $\overline{AC}=4$ 이다. 이 전개도로 사면체를 만들 때, 두 평면 ACF, ABC 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

7. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q에서 평면 $y=4$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 평면 $y + \sqrt{3}z + 8 = 0$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_2, Q_2 라 하자. $2|\overrightarrow{PQ}|^2 - |\overrightarrow{P_1Q_1}|^2 - |\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



8. 어느 경찰관이 8월에 관할구역을 이틀 연이어 순찰하지 않으면서 5일 순찰하는 방법의 수는?

- ① ${}_{25}C_5$ ② ${}_{27}C_5$ ③ ${}_{28}C_5$
 ④ ${}_{29}C_5$ ⑤ ${}_{30}C_5$

9. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^5 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^6$

을 전개하는 식에서 x^2 항의 계수는? [4점]

- ① 16 ② 20 ③ 24
 ④ 28 ⑤ 32

10. 주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 시행을 6번을 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A가 일어나지 않고 6회에서 사건 A가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2일차 과제

1. 1이 아닌 양수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

| 보 기 |

ㄱ. $a > b > 1$ 이면	$\log_a b < \log_b a$
ㄴ. $a > b > 1$ 이면	$a^b < b^a$
ㄷ. $2^a = 3^b$ 이면	$a > b$
ㄹ. $\log_2 a = \log_3 b$ 이면	$a > b$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

2. $1 < x < 4$ 일 때,

$$A = \log_2 x^2, \quad B = (\log_2 x)^2, \quad C = \log_2 (\log_2 x)$$

의 대소 관계는?

- ① $A > B > C$ ② $B > A > C$
 ③ $B > C > A$ ④ $C > A > B$
 ⑤ $C > B > A$

3. 다음 식의 값을 구하여라.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$+ \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

4. $0 < x < \frac{\pi}{4}, 0 < y < \frac{\pi}{4}$ 일 때, 두 식

$$A = x \sin y + y \sin x, \quad B = x \cos x + y \cos y$$

의 대소를 비교하여라. (단, $x \neq y$)

2일차 과제

5. 함수 $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ 의 극댓값은? (단, $x > 0$)

- ① 0 ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}-2$ ⑤ $2\sqrt{2}$

6. 함수 $f(x) = x(\ln x)^2$ 의 극댓값과 극솟값의 합은?

- ① $\frac{2}{e^2}$ ② $\frac{4}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$
④ 1 ⑤ e

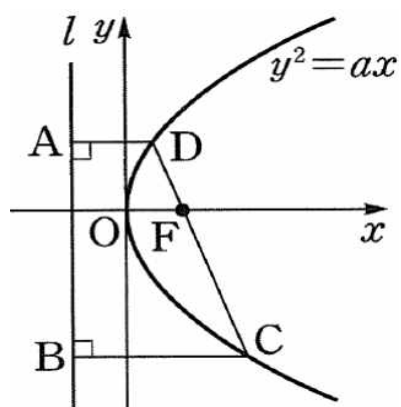
7. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + 3\sin x + x$ 의 그래프가 변곡점을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-6 < a < -3$ ② $-6 \leq a \leq -3$ ③ $-3 < a < 3$
④ $-3 \leq a \leq 3$ ⑤ $3 < a < 6$

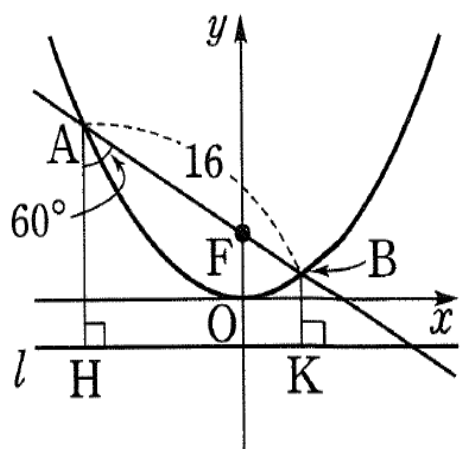
8. 함수 $f(x) = x^5 + ax^2 + bx + c$ 의 변곡점의 개수를 구하여라.
(단, a, b, c 는 실수이다.)

2일차 과제

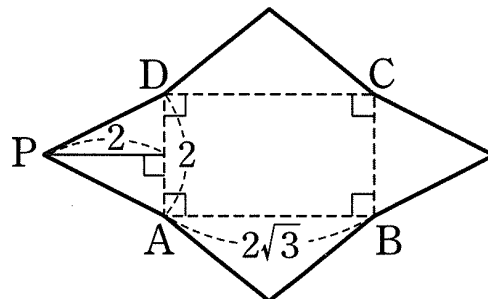
9. 아래쪽 그림의 포물선 $y^2 = ax$ 에서 점 F 는 초점이고 직선 l 은 준선이다. 사다리꼴 $ABCD$ 의 넓이가 $192\sqrt{2}$ 이고 $\overline{DF} : \overline{CF} = 1 : 2$ 일 때, 선분 CD 의 길이를 구하여라. (단, $a > 0$)



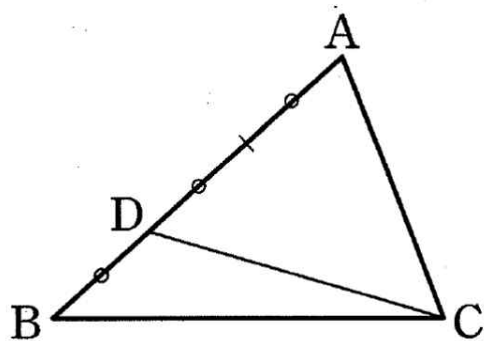
10. 아래쪽 그림과 같이 포물선의 초점 F 를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하고, 두 점 A, B 에서 준선에 내린 수선의 발을 각각 H, K 라 하자. $\overline{AB} = 16$, $\angle FAH = 60^\circ$ 일 때, \overline{BK} 의 길이를 구하여라.



11. 아래쪽 그림과 같은 전개도를 접어서 사각뿔을 만들려고 한다. $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AD} = 2$ 이고 삼각형 PAD 의 높이가 2일 때, 이 사각뿔에서 옆면 PAB 와 밑면 $ABCD$ 가 이루는 각의 크기를 구하여라.



12. 아래쪽 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 변 AB 를 삼등분하는 점 중에서 점 B 와 가까운 점을 D 라 하고, 선분 CD 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 A 의 평면 BCD 위로의 정사영이 선분 BC 를 삼등분하는 점 중 꼭짓점 C 와 가까운 점이 되도록 접을 때, $\triangle ADC$ 와 $\triangle BCD$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. 이때 $\cos\theta$ 의 값을 구하여라.



2일차 과제

13. 평면 $2x+y-z=1$ 위의 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 평면 $x-2y-z=2$ 위로의 정사영의 넓이를 구하여라.

14. 두 구 $x^2+y^2+(z-1)^2=4$, $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$ 이 만날 때 생기는 원을 포함하는 평면을 α 라 하자. 평면 α 와 xy 평면이 이루는 예각의 크기를 구하여라.

15. 7개의 문자 A, A, A, B, B, C, D를 일렬로 나열할 때, C와 D가 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수는?

- ① 60 ② 80 ③ 120
④ 200 ⑤ 300

16. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라.

- | |
|---|
| (가) $f(3)$ 의 값은 홀수이다.
(나) $x < 3$ 이면 $f(x) > f(3)$ 이다.
(다) $x > 3$ 이면 $f(x) < f(3)$ 이다. |
|---|

2일차 과제

17. $\left(x + \frac{1}{x^n}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항이 존재하도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

18. $(1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

- ① 11 ② 22 ③ 33
④ 44 ⑤ 55

19. 빨간 공 3개와 노란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색깔을 확인하고 다시 집어넣는 것을 1회 시행이라 하자. 빨간 공이 나오면 1점, 노란 공이 나오면 2점을 얻을 때, 5회의 시행에서 7점을 얻을 확률은?

- ① ${}_5C_1\left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{4}{7}\right)^4$ ② ${}_5C_2\left(\frac{3}{7}\right)^2\left(\frac{4}{7}\right)^3$ ③ ${}_5C_3\left(\frac{3}{7}\right)^3\left(\frac{4}{7}\right)^2$
④ ${}_5C_4\left(\frac{3}{7}\right)^4\left(\frac{4}{7}\right)$ ⑤ ${}_5C_5\left(\frac{4}{7}\right)^5$

20. 3부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 소수가 적힌 공이면 동전을 3번, 짝수가 적힌 공이면 동전을 4번 던진다. 이때 동전의 앞면이 3번 나올 확률을 구하여라.