

# 고지우의 **난문현답**

---

## 제 20 일

1. 2013년 사관학교
2. 2011년 6월 평가원
3. 2015년 9월 평가원
4. 2014년 경찰대
5. 2013년 수능
6. 2006년 9월 평가원
7. 2010년 6월 평가원
8. 2011년 사관학교
9. 2015년 6월 교육청
10. 2016년 경찰대

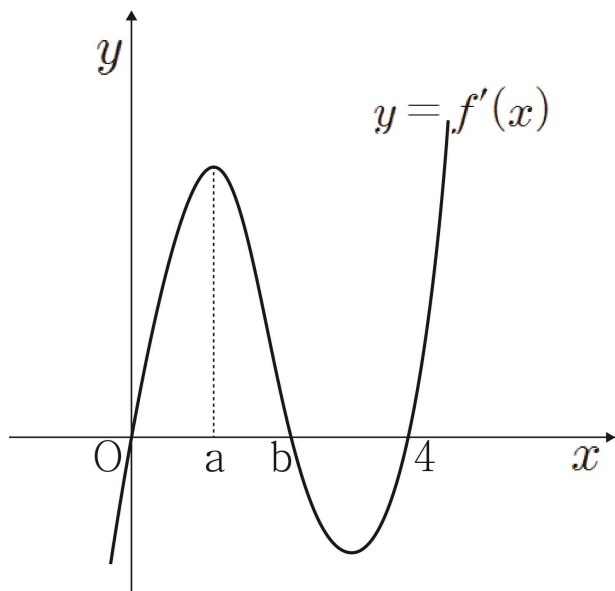
1. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 은 집합  $A$ 의 원소로 이루어진 수열이다. 이 수열이 등식  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n} = \frac{104}{333}$  를 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{5^n} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

2.  $x$ 가 양수일 때,  $x$ 보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를  $f(x)$ 라 하고, 함수  $g(x)$ 를 
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x > 2f(x)) \\ \frac{1}{f(x)} & (x \leq 2f(x)) \end{cases}$$
 라고 하자.

예를 들어  $f\left(\frac{7}{2}\right) = 2$  이고,  $\frac{7}{2} < 2f\left(\frac{7}{2}\right)$ 이므로  $g\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 이다.

$\lim_{x \rightarrow 8^+} g(x) = \alpha$ ,  $\lim_{x \rightarrow 8^-} g(x) = \beta$ 라고 할 때,  $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하시오.

3. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 함수  $f'(x)$ 가  $x=a$ 에서 극댓값을 가질 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $f'(0)=f'(b)=f'(4)=0$ )



- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는  $x=4$ 에서 극솟값을 갖는다.  
 ㄴ.  $a < t < b$ 일 때,  $\frac{f(t)-f(a)}{t-a} > \frac{f(t)-f(b)}{t-b}$ 이다.  
 ㄷ.  $\int_a^4 f'(x)dx=0$ 일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=f(a)$ 는 서로 다른 세 점에서 만난다.

- ① ㄱ            ② ㄱ, ㄴ            ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ            ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 1-|x| & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

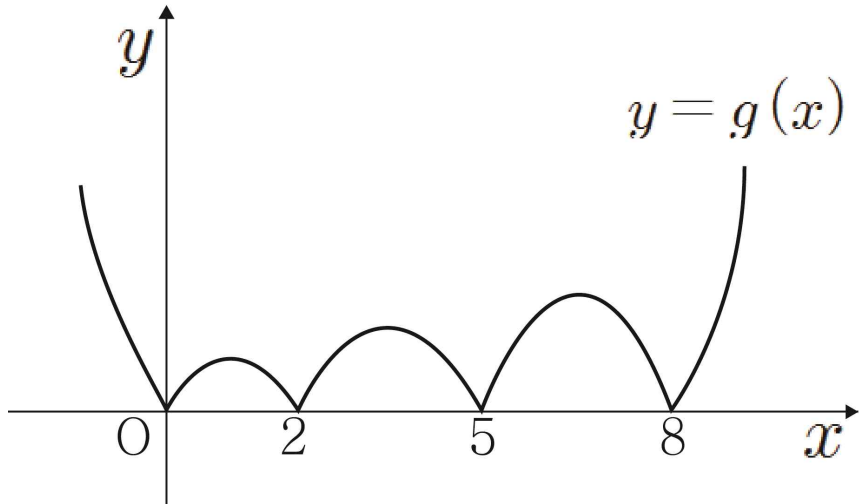
에 대하여  $\sum_{n=1}^{10} \int_{-n}^n \frac{\{f(x)\}^n}{n} dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{12}{11}$             ②  $\frac{14}{11}$             ③  $\frac{16}{11}$   
 ④  $\frac{18}{11}$             ⑤  $\frac{20}{11}$

5. 삼차함수  $f(x)$ 는  $f(0) > 0$ 을 만족시킨다. 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \left| \int_0^x f(t) dt \right|$$

라 할 때, 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



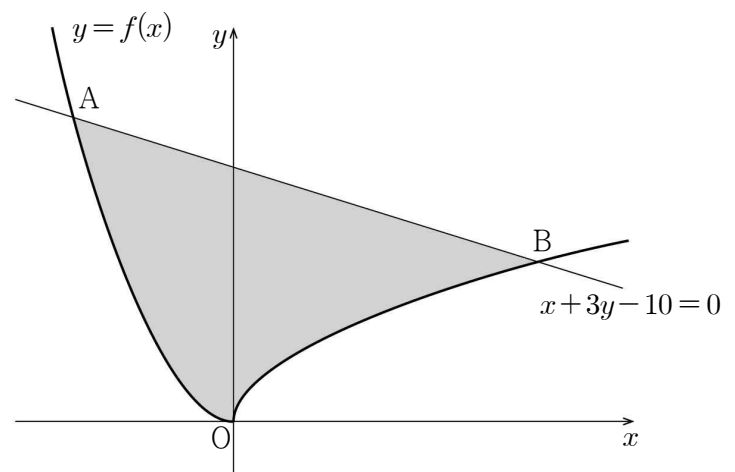
[보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 방정식  $f(x) = 0$ 은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.
- ㄴ.  $f'(0) < 0$
- ㄷ.  $\int_m^{m+2} f(x) dx > 0$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 개수는 3이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 함수  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 의 그래프와 직선  $x + 3y - 10 = 0$ 이

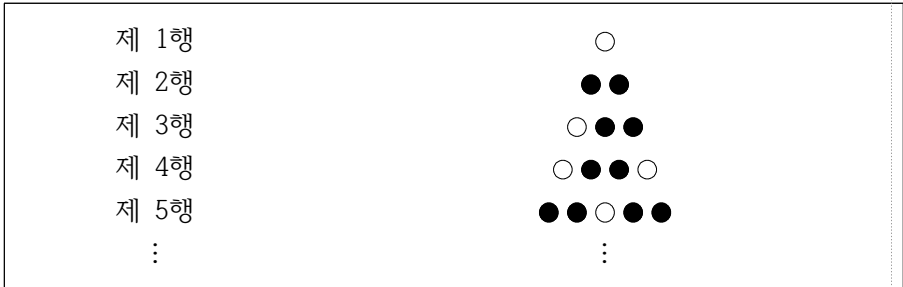
두 점  $A(-2, 4), B(4, 2)$ 에서 만난다. 그림과 같이 주어진 함수  $f(x)$ 의 그래프와 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라. (단,  $O$ 는 원점이다.)



7. 다음과 같이 흰 바둑돌 2개를 왼쪽부터 교대로 반복하여 나열하였다.



이 바둑돌을 왼쪽부터 차례로 1개, 2개, 3개, ...를 꺼내어 각각 제 1행, 제 2행, 제 3행, ...에 순서대로 놓으면 아래 그림과 같다.



제  $n$ 행에 놓인 검은 바둑돌의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값은?

- ① 830      ② 840      ③ 850
- ④ 860      ⑤ 870

8. 자연수  $n$  에 대하여

$f(n) = \sum_{k=1}^n ({}_{2k}C_1 + {}_{2k}C_3 + {}_{2k}C_5 + \dots + {}_{2k}C_{2k-1})$  일 때,  $f(5)$ 의 값을 구 하시오.

9. 어느 창고에 부품 S가 3개, 부품 T가 2개 있는 상태에서 부품 2개를 추가로 들여왔다. 추가된 부품은 S 또는 T이고, 추가된 부품 중 S의 개수는 이항분포  $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다. 이 7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T일 때, 추가된 부품이 모두 S였을 확률은?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

10. 어느 선박 부품 공장에서 만드는 부품의 길이  $X$ 는 평균이 100, 표준편차가 0.6인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 만든 부품 중에서 9개를 임의추출한 표

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.65	0.450
1.96	0.475
2.58	0.495

본의 길이의 평균을  $\bar{X}$ 라 할 때, 표본평균  $\bar{X}$ 와 모평균의 차가 일정한 값  $c$ 이상이면 부품의 제조과정에 대한 전면적인 조사를 하기로 하였다. 부품의 제조 과정에 대한 전면적인 조사를 하게 될 확률이 5%이하가 되도록 상수  $c$ 의 값을 정할 때,  $c$ 의 최솟값은? (단, 단위는 mm이고, 오른쪽 표준정규분포표를 이용한다.)

- ① 0.196      ② 0.258      ③ 0.330  
 ④ 0.392      ⑤ 0.475

## 20일차 과제

1. 등비수열  $\{a_n\}$ 의 공비가  $0.\dot{6}$ 이고  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0.12\dot{6}$ 일 때,  $a_1$ 의 값은?

- ①  $0.\dot{0}38$       ②  $0.\dot{0}40$       ③  $0.\dot{0}42$   
④  $0.\dot{0}44$       ⑤  $0.\dot{0}46$

2. 첫째항이  $0.\dot{x}$ , 공비가  $0.\dot{0}x$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1.1$ 일 때, 한 자리 자연수  $x$ 의 값을 구하여라.

3. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가  $2x^2 + ax \leq f(x) \leq 3x^2 + ax$ 를 만족시키고  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{2x} = 3$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

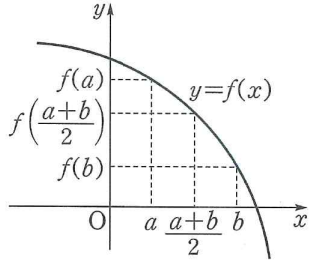
4. 함수  $y = |x^2 - 1|$ 의 그래프가 직선  $y = t$ ( $t$ 는 실수)와 만나는 점의 개수를  $f(t)$ 라 하자.  $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \alpha$ ,  $\lim_{t \rightarrow 1^+} f(t) = \beta$ 라 할 때, 실수  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하여라.



# 20일차 과제

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.  $0 < a < b$ 일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

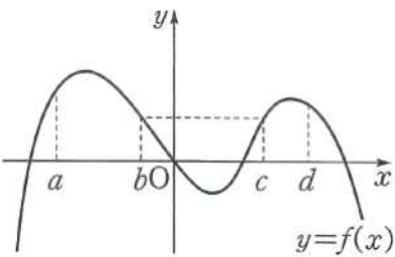


<보 기>

ㄱ. $f'(a) > f'(b)$	ㄴ. $f\left(\frac{a+b}{2}\right) < \frac{f(a)+f(b)}{2}$
ㄷ. $f'(a) > \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$	

- ① ㄱ            ② ㄱ, ㄴ            ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ        ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

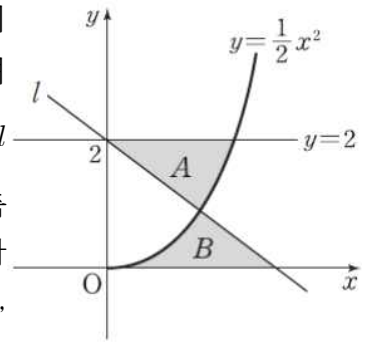
6. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다.  $x$ 의 값이  $a$ 에서  $b$ 까지,  $b$ 에서  $c$ 까지,  $c$ 에서  $d$ 까지 변할 때의 함수  $f(x)$ 의 평균변화율을 각각  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,  $\alpha, \beta, \gamma$ 의 대소 관계는?



(단,  $a < b < c < d, f(b)=f(c)$ )

- ①  $\alpha < \beta < \gamma$     ②  $\alpha < \beta = \gamma$     ③  $\beta < \alpha < \gamma$   
 ④  $\beta < \alpha = \gamma$     ⑤  $\gamma < \beta < \alpha$

7. 그림과 같이 점  $(0, 2)$ 를 지나고 기울기가 음수인 직선  $l$ 에 대하여  $y = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0)$ 과 두 직선  $y=2, l$ 로 둘러싸인 부분을  $A$ , 이 곡선과  $x$ 축 및 직선  $l$ 로 둘러싸인 부분을  $B$ 라 하자. 두 부분  $A, B$ 의 넓이가 같을 때, 직선  $l$ 의 기울기는?



- ①  $-\frac{11}{12}$             ②  $-\frac{5}{6}$             ③  $-\frac{3}{4}$   
 ④  $-\frac{2}{3}$             ⑤  $-\frac{7}{12}$

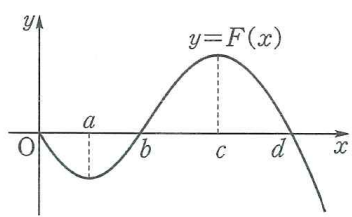
8. 함수  $y=x|2x-1|$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

## 20일차 과제

9.  $\int_{-a}^a (x^3 + 3x^2 + x + a)dx = (a+1)^2$  을 만족시키는 모든 상수  $a$  의 값의 합은?

- ① -1            ②  $-\frac{1}{2}$             ③ 0  
 ④  $\frac{1}{2}$             ⑤ 1

10. 연속함수  $f(x)$ 에 대하여  $F(x) = \int_0^x f(t)dt$  일 때,  $x \geq 0$ 인 구간에서  $y = F(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

- ㄱ.  $f(x)=0$ 을 만족시키는  $x$ 의 값은  $a, c$ 이다.
- ㄴ.  $f(0)f(b)=0$
- ㄷ.  $x > c$ 일 때,  $f(x) < 0$ 이다.

- ① ㄱ            ② ㄱ, ㄴ            ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ            ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 함수  $y = \sqrt{x-1} + 1$ 의 역함수가  $y = x^2 + ax + b (x \geq c)$ 일 때 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은?

- ① -5            ② -3            ③ -1  
 ④ 1            ⑤ 3

12. 함수  $y = \frac{ax+3}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이  $x=4, y=-1$ 일 때, 함수  $y = \sqrt{bx+a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값을 구하여라. (단  $a, b$ 는 상수이다.)

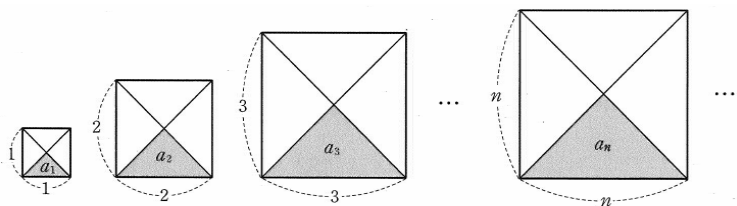
## 20일차 과제

**13.** 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항이 1이고 공차가 2일 때,

$$\sum_{k=1}^9 \left( \frac{a_{k+1}}{a_k} - \frac{a_{k+2}}{a_{k+1}} \right) \text{의 값은?}$$

- ①  $\frac{32}{19}$       ②  $\frac{34}{19}$       ③  $\frac{36}{19}$   
 ④ 2          ⑤  $\frac{40}{19}$

**14.** 자연수  $n$ 에 대하여 한 변의 길이가  $n$ 인 정사각형의 두 대각선을 긋고 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이를  $a_n$ 이라 하자.



$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값을 구하시오.

**15.**  $2_{10}C_1 + 2 \cdot 2^2_{10}C_2 + 3 \cdot 2^3_{10}C_3 + \dots + 10 \cdot 2^{10}_{10}C_{10}$ 의 값은?

- ①  $10 \times 3^9$       ②  $20 \times 3^9$       ③  $10 \times 3^{10}$   
 ④  $20 \times 3^{10}$       ⑤  $10 \times 3^{11}$

**16.** 다항식  $1 + (x+1) + (x+1)^2 + (x+1)^3 + \dots + (x+1)^{20}$ 의 전개식

에서  $x^k$ 의 계수를  $a_k$ 라 할 때,  $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

- ①  $2^{20} - 22$       ②  $2^{20} - 21$       ③  $2^{21} - 22$   
 ④  $2^{21} - 21$       ⑤  $2^{21}$

# 20일차 과제

**17.** 동전 2개를 동시에 던지는 시행을 20회 반복할 때 동전 2개가 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $V(2X+1)$ 의 값은?

- ① 12                      ② 13                      ③ 14  
 ④ 15                      ⑤ 16

**18.** 이산확률변수  $X$ 가 값  $r$ 를 가질 확률이

$$P(X=r) = {}_{64}C_r \left(\frac{1}{4}\right)^r \left(\frac{3}{4}\right)^{64-r} \quad (r=0, 1, 2, \dots, 64)$$

일 때,  $\sum_{r=0}^{64} r^2 {}_{64}C_r \left(\frac{1}{4}\right)^r \left(\frac{3}{4}\right)^{64-r}$ 의 값을 구하시오.

**19.** 정규분포  $N(m, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기가  $n$ 인 표본의 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.

$P(|\bar{X}-m| > 3) < 0.0456$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 로 계산한다.)

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                      ⑤ 16

**20.** 어느 나라를 방문한 관광객 1명이

체류기간 동안 지출한 금액은 평균이 500, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 나라를 방문한 관광객 중 임의로 택한 4명이 체류기간 동안 지출한 금액의 합을 확률변수  $X$ 라 할 때,  $P(X \geq 1940)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 금액의 단위는 달러이다.)

<표준정규분포표>	
$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 0.9332                      ② 0.9544                      ③ 0.9772  
 ④ 0.9938                      ⑤ 0.9987