

[나승민/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (3/4) |

| 나승민 (성균관대 수학과)

이투스앤써, 이투스 네오

다양한 소재를 경험하고 오답하는
파이널이 될 수 있도록 화이팅!

수학에 감각을 더하다.

instagram @cremath_david

| 한성은 (POSTECH 수학과)

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

이제 2달 정도 남았습니다.

후회남지 않는 시간이 될 수 있도록.

hansungeun.com

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

3. $\tan^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 3
④ 6 ⑤ 9

4. 곡선 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 4$ 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

2

수학 영역(나형)

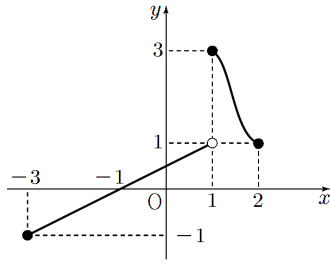
5. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(A^c \cup B^c) = \frac{11}{12}$$

일 때, $P(A^c \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 닫힌 구간 $[-3, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f^{-1}(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f^{-1}(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 1
 ④ 3 ⑤ 5

7. 첫째항이 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = 30, \quad a_5 > a_3 > a_4$$

일 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① -729 ② -243 ③ 81
 ④ 243 ⑤ 729

8. 다항식 $(x+y+z+w)^{10}$ 의 전개식에서 x 가 포함된 항의 개수는? [3점]

- ① 120 ② 165 ③ 220
 ④ 286 ⑤ 392

9. 닫힌 구간 $[-1, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2^{x^2 - 2x - 2}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은? [3점]

- ① 4 ② 8 ③ 16
 ④ 64 ⑤ 128

10. 어느 배달업체 고객의 주문 대기 시간은 평균이 m 분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 배달업체 고객 중 16명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰 구간이 $a \leq m \leq b$ 이다. $b-a=4.9$ 일 때, σ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 5 ② 10 ③ 15
 ④ 20 ⑤ 25

4

수학 영역(나형)

11. 곡선 $y = x^2 - ax + 1$ 과 직선 $y = 2x + 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 36이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 곱은? [3점]
- ① -32 ② -28 ③ -24
 ④ -20 ⑤ -16

12. 함수

$$f(x) = 2x^2 + \int_1^x |2t - 2| dt$$

의 최솟값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

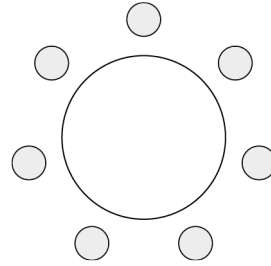
13. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = (t-2)(t-a) \quad (a > 2)$$

이다. $t=2$ 에서의 점 P의 위치와 $t=8$ 에서의 점 P의 위치가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

14. 7명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 여학생 3명, 남학생 4명이 있다. 이 7명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, 여학생들 중 어느 2명은 이웃하고, 남은 1명은 어느 여학생과도 이웃하지 않게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



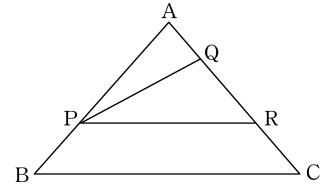
- ① 108 ② 420 ③ 432
 ④ 444 ⑤ 456

6

수학 영역(나형)

15. 점근선이 $3x-2=0$ 인 곡선 $y=\log_2(ax+b)$ 과 직선 $x-2y+4=0$ 이 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, $\overline{AB}=2\sqrt{5}$ 이다. $a+b$ 의 값은? [4점]
- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

16. 그림과 같이 삼각형 ABC에 대하여 점 P는 선분 AB의 2:1 내분점이고, 두 점 Q, R은 모두 선분 AC 위의 점이다. 두 삼각형 APQ, PRQ와 사각형 PBCR의 넓이가 차례로 첫째항이 $2a$, 공차가 a 인 등차수열을 이룰 때, 다음은 $\frac{\overline{CQ}}{\overline{AR}}$ 의 값을 a 와 d 로 나타내는 과정이다.



삼각형 APQ의 넓이는 $2a$ 이므로
 삼각형 APR의 넓이는 $\boxed{(가)}$ 가 되어
 $2a : \boxed{(가)} = \triangle APQ : \triangle APR$
 $= \frac{1}{2} \overline{AP} \overline{AQ} \sin A : \frac{1}{2} \overline{AP} \overline{AR} \sin A$

이다. 따라서

$$\frac{\overline{AQ}}{\overline{AR}} = \frac{2a}{\boxed{(가)}} \dots \textcircled{1}$$

이다. 같은 방법으로,

삼각형 ABC의 넓이는 $9a$ 이므로
 $2a : 9a = \triangle APQ : \triangle ABC$
 $= \frac{1}{2} \overline{AP} \overline{AQ} \sin A : \frac{1}{2} \overline{AB} \overline{AC} \sin A$

이고, 또

$$\overline{AP} = \frac{2}{3} \overline{AB}, \quad \frac{\overline{CQ}}{\overline{AQ}} = \frac{\overline{AC} - \overline{AQ}}{\overline{AQ}}$$

이므로

$$\frac{\overline{CQ}}{\overline{AQ}} = \boxed{(나)} \dots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해

$$\frac{\overline{CQ}}{\overline{AR}} = \frac{\overline{CQ}}{\overline{AQ}} \times \frac{\overline{AQ}}{\overline{AR}} = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식을 $f(a)$, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 하자. $pq \times f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{104}{5}$ ② $\frac{96}{5}$ ③ $\frac{88}{5}$
 ④ 16 ⑤ $\frac{72}{5}$

17. 함수 $f(x) = \log_2 \frac{x}{8} \times \log_2 \frac{1}{2x}$ 가 $x=a$ 에서 최댓값 M 을

가질 때, $a+M$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

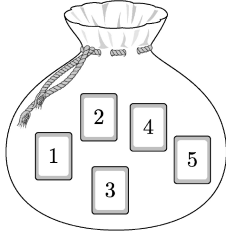
18. 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$|f'(x)| \leq x^2 - 2x + 4$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 대칭축이 직선 $x=2$ 일 때, 실수 a 가 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

19. 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 첫 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 a_1 , 큰 수를 a_2 라 하고, 두 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 b_1 , 큰 수를 b_2 라 할 때, $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$ 를 만족시킬 확률은? [4점]



- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{25}$
- ④ $\frac{7}{50}$ ⑤ $\frac{4}{25}$

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq 0$
 (나) $\{f(x)\}^2 = (x-1)^2(x-3)^2$

$\int_0^4 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② 2 ③ $\frac{8}{3}$
- ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

21. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ \frac{a_n+1}{2} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. 5 이하의 자연수 n 에 대하여 $a_n a_{n+1}$ 이

짝수일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 40 ② 43 ③ 46
 ④ 49 ⑤ 52

단답형

22. 다항식 $(x-2)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하여라.
 [3점]

23. 함수 $f(x)$ 가 상수 a 에 대하여

$$f'(x) = 3x^2 - ax + 2, \quad f(1) = f(2) = -2$$

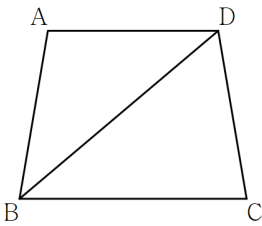
을 만족시킬 때, a 의 값을 구하여라. [3점]

24. 부등식

$$\log_2(x-2) + \log_2(x-4) \leq 3$$

를 만족시키는 모든 정수 x 값의 합을 구하여라. [3점]

25. 두 변 AD와 BC가 서로 평행한 사다리꼴 ABCD에 대하여 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{AD} = 6$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{21}$ 일 때, 선분 BC의 길이를 구하여라. [3점]

26. $a_1 > 0$ 이고 공비가 -2 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{11} (|a_k| + a_k) = 65$$

일 때, $\frac{1}{a_1}$ 의 값을 구하여라. [4점]

27. 확률변수 X 가 가지는 값이 1부터 4까지의 자연수이고 확률변수 Y 가

$$P(X=x) = P(Y=2x+1) \quad (x=1, 2, 3, 4)$$

를 만족시킨다. $E(X)=2$, $V(X)=1$ 일 때, $E(Y^2)$ 의 값을 구하여라. [4점]

28. 함수 $f(x) = x^2 - 6x + a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하여라. [4점]

29. 서로 다른 사탕 5개와 같은 종류의 초콜릿 5개를 서로 구별할 수 없는 3개의 상자에 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하여라. [4점]

(가) 각 상자에 들어가는 사탕의 개수는 3 이하이다.

(나) 각 상자에 들어가는 사탕의 개수와 초콜릿의 개수의 합은 2 이상이다.

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_2^x f(t) dt$$

와 실수 a 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|g(x+a)|$ 는 오직 $x=3$ 에서만 미분가능하지 않다.

(나) 함수 $|g(x)g(2a-x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$|f(a)|$ 의 값을 구하여라. [4점]

[나승민/한성은 모의고사]
수능(나형) 연습(3/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	㉔	02	㉕	03	㉓	04	㉔	05	㉕
06	㉔	07	㉑	08	㉓	09	㉒	10	㉑
11	㉑	12	㉒	13	㉔	14	㉓	15	㉒
16	㉔	17	㉑	18	㉓	19	㉕	20	㉕
21	㉔	22	40	23	6	24	11	25	8
26	42	27	29	28	9	29	425	30	9

COMMENT 12

$f'(x) = 4x + |2x - 2|$ 는 $x < -1$ 일 때 음수, $x > -1$ 일 때 양수이므로

$f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 최솟값을 가진다. $f(-1) = 2 + \int_1^{-1} |2t - 2| dt = -2$ 이다.

COMMENT 15

직선의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로 $A(p, q)$ 라 하면 $B(p+4, q+2)$ 이다.

접근선이 $x = \frac{2}{3}$ 이므로 $-\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$ 에서 $b = -\frac{2}{3}a$ 이다. $\log_2\left(ap - \frac{2}{3}a\right) = q$, $\log_2\left(a(p+4) - \frac{2}{3}a\right) = q+2$ 에서

$\log_2\left(a(p+4) - \frac{2}{3}a\right) - \log_2\left(ap - \frac{2}{3}a\right) = 2$ 이므로 $p=2$, $q=3$, $a=6$, $b=-4$ 이다.

COMMENT 16

$$f(a) = 5a, \quad p=2, \quad q = \frac{4}{5}$$

COMMENT 18

$-x^2 + 2x - 4 \leq f'(x) \leq x^2 - 2x + 4$ 이고 $f'(x) = 2a(x-2)$ 이다.

직선 $y = 2a(x-2)$ 가 곡선 $y = -x^2 + 2x - 4$ 에 접할 때 a 의 최댓값을 얻는다.

COMMENT 19

$a_1 + a_2 = b_1 + b_2$ 의 값이 3, 4, 8, 9일 확률은 각각 $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ 이고,

$a_1 + a_2 = b_1 + b_2$ 의 값이 5, 6, 7일 확률은 각각 $\frac{2}{10} \times \frac{2}{10}$ 이다.

COMMENT 20

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)(x-3) & (x < 1 \text{ 또는 } 3 < x) \\ -(x-1)(x-3) & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

COMMENT 21

아무 자연수나 a_n 에 넣고 뒤로 진행시켜봐. 나중에는 1, 1, 1, 1, ... 이 나온다.

그 바로 전 항은 2이다. 그 전 항은 3 또는 4, ... 이런 식이라는 것을 눈치 까야 한다.

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ 가 최소가 되려면 그냥 $a_1 = 1, 1, 1, \dots, a_{10} = 1$ 이면 좋겠는데

‘5 이하의 자연수 n 에 대하여 $a_n a_{n+1}$ 이 짝수’

조건이 그것을 허락하지 않는군. $a_5 = 2$ 로 두는 것이 최소값이다.

이제 a_4 는 3 또는 4인데 최소로 가려면 $a_4 = 3$ 이고, a_3 은 5 또는 6인데 $a_3 a_4$ 가 짝수로 가야 하므로 $a_3 = 6$ 이고, ...

뒤 이런 식으로. $a_2 = 11$, $a_1 = 22$ 일 때가 최소이다. 다른 길로 가보려니까.. 그냥 망한다.

COMMENT 25

$\angle ABD = \theta$ 라 하자. $\angle ADB = \angle DBC = \theta$ 이다. 이등변삼각형 ABD에서 $\cos\theta = \frac{\sqrt{21}}{6}$ 이다.

점 D에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH} = \overline{BD} \times \cos\theta = 7$ 이다.

대칭 대칭성에 의해 $\overline{CH} = 1$, $\overline{BC} = 8$ 이다.

COMMENT 26

$$\sum_{k=1}^{11} (|a_k| + a_k) = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11}) = 2 \times \frac{a_1(4^6 - 1)}{4 - 1} = \frac{2(4^3 - 1)(4^3 + 1)a_1}{3} = 4^3 - 1$$

에서 $a_1 = \frac{1}{42}$ 이다.

COMMENT 28

$g'(x) = f(x) = x^2 - 6x + a$ 이다. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면 $g'(x) \geq 0$ 이다.

※ 혹시라도 $g'(x) > 0$ 라 생각했다면 반성하자. 언제나 끊임 없이 나오는 착각.

COMMENT 29

사탕을 나누어 넣는 개수로 분할하면

$$\text{Case1) } 3/2/0 \Rightarrow {}_5C_3 \times {}_3H_3$$

$$\text{Case2) } 3/1/1 \Rightarrow {}_5C_3 \times {}_2C_1 \times \frac{1}{2!} \times {}_3H_3$$

$$\text{Case3) } 2/2/1 \Rightarrow {}_5C_2 \times {}_3C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_3H_4$$

※ 서로 구별할 수 없는 상자이므로 사탕을 넣을 때는 분배가 아니라 분할만 하면 되고, 사탕을 넣고 나면 서로 구별 가능한 상자가 된다.

COMMENT 30

(가)에서 함수 $g(a+3) = 0$ 이고 $g'(a+3) \neq 0$ 이다.

$$g(2) = 0, g'(2) = 0 \text{이므로 } g(x) = \frac{1}{4}(x-2)^3(x-a-3) \text{가 되겠군.}$$

곡선 $y = g(2a-x)$ 는 곡선 $y = g(x)$ 를 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동 시킨 것이다.

$|g(x)g(2a-x)|$ 가 미분가능하려면 a 가 2와 $a+3$ 의 가운데 놓여야겠다. $2a = 2 + (a+3)$ 에서 $a = 5$ 이다.

$$g(x) = \frac{1}{4}(x-2)^3(x-8) \text{이고 } f(x) = (x-2)^2(x-6) \text{이다.}$$