제 2 교시

2021학년도 대학수학능력시험 대비 기대X녹색지대 모의고사

수학 영역 (나 형)

홀수형

성명			수험 번호					—				

○ 자신이 선택한 유형(가 형/나 형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

안개가 짙은들 산까지 지울 수야

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

기대T & 그린란드

제 2 교시

수학 영역(나 형)

홀수형

5지선다형

1. $(2\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① $\sqrt[3]{2}$　② $\sqrt{2}$　③ 2　④ $2\sqrt[3]{2}$　⑤ $2\sqrt{2}$

2. 함수 $f(x)=x(x^2+2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

3. 반지름의 길이가 2이고, 넓이가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴의 중심각의 크기는? [2점]

① $\frac{\pi}{6}$　② $\frac{\pi}{3}$　③ $\frac{\pi}{2}$　④ $\frac{2}{3}\pi$　⑤ $\frac{5}{6}\pi$

4. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{1}{2}$　④ 1　⑤ 2

5. 두 사건 A, B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A\cap B^{C})=\frac{1}{3},\quad \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{5}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B^{C})$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=4x^{3}-2x$이고 $f(-1)=2$일 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

7. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이

$$\sum_{n=1}^{10}(a_n+b_n)=20,\quad \sum_{n=1}^{10}(2a_n-3b_n)=30$$

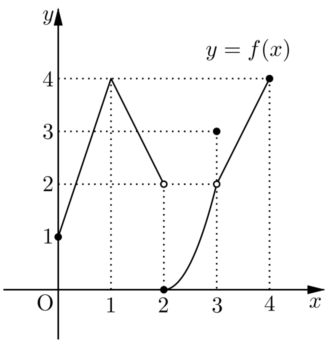
을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10}a_n$의 값은? [3점]

① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

8. 1이 아닌 양수 a에 대하여 닫힌구간 $[-1, 2]$에서 함수 $f(x)=a^{x-2}+2$의 최댓값과 최솟값의 합이 9일 때, $f(-4)$의 값은? [3점]

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

9. 닫힌구간 $[0, 4]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to a} f(x)=2$를 만족시키는 실수 a의 개수는? (단, $0<a<4$) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 한 개의 주사위를 던지는 시행을 세 번 반복할 때, 나온 주사위의 눈의 합이 7일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{5}{72}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

11. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = |2a_n - 7|$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값은? [3점]

① 59 ② 61 ③ 63 ④ 65 ⑤ 67

12. 어떤 포털 사이트의 이용자들이 하루 동안 작성하는 댓글의 개수는 평균이 m개, 표준편차가 σ개인 정규분포를 따른다고 한다. 이 사이트의 이용자 64명을 임의추출하여 하루 동안 작성한 댓글의 개수의 표본평균을 이용하여, 이 사이트의 이용자들이 하루 동안 작성하는 댓글의 개수의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $10.775 \le m \le 13.225$이다. σ의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [3점]

① 4 ② 4.5 ③ 5 ④ 5.5 ⑤ 6

13. $2 \le n \le 13$인 자연수 n에 대하여 n^2-9의 $(n+1)$제곱근 중 실수인 것들의 합을 $f(n)$이라 하자. $f(n)=0$을 만족시키는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

14. 수직선 위의 점 P의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 속도가

$$v(t) = -3(t-1)(t-a)\ \ (a > 1)$$

이다. 점 P가 양의 방향으로 움직인 거리가 4일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

15. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 카드를 동시에 꺼내고, 꺼낸 카드에 적혀 있는 수를 각각 a, b, c $(a<b<c)$라 하자. $c-a \le 3$일 때, $b=3$일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

16. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = (4n^2+2n-1)\times(2n-1)!-(n+1)^2\times n!$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = (2n+1)!-(n+2)!+1 \quad \cdots \ (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} a_k = (2m+1)!-(m+2)!+1$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} a_k &= (2m+1)!-(m+2)!+1 \\ &\quad + \boxed{\text{(가)}}\times(2m+1)!-(m+2)^2\times(m+1)! \\ &= \left(\boxed{\text{(가)}}+1\right)\times(2m+1)!-\boxed{\text{(나)}}\times(m+2)!+1 \\ &= (2m+3)!-(m+3)!+1\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = (2n+1)!-(n+2)!+1$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{f(5)}{g(2)}$의 값은? [4점]

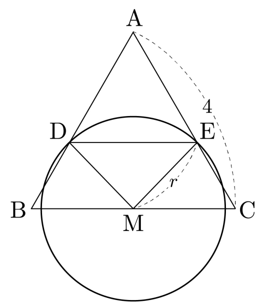
① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

17. 함수 $f(x)=-x^2+ax\ (a>0)$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f\left(\frac{x}{2}\right)$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1일 때, a의 값은? [4점]

① 3　② $\frac{10}{3}$　③ $\frac{11}{3}$　④ 4　⑤ $\frac{13}{3}$

18. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 한 변 BC의 중점을 M이라 하자. 점 M을 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원과 두 선분 AB, AC와 각각 두 점에서 만날 때, 점 A와 가까운 두 점을 각각 D, E라 하자. $\overline{\mathrm{DE}}=\frac{5}{2}$일 때, r의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{10}}{2}$　② $\frac{\sqrt{11}}{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ $\frac{\sqrt{13}}{2}$　⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$



19. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$와 자연수 n에 대하여 $f(n)$의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^n} = 2$

① $10 - 3\sqrt{2}$ ② $10 - \sqrt{2}$ ③ 10
④ $10 + \sqrt{2}$ ⑤ $10 + 3\sqrt{2}$

20. 자연수 m에 대하여 확률변수 X, Y는 각각 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, {\sigma_1}^2\right)$와 $\mathrm{N}\left(m, {\sigma_2}^2\right)$을 따른다. 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$와 $g(x)$의 값 중 일부를 나타낸 것이다.

x	4	8	12	16
$f(x)$	0.0753	0.0967	0.0457	0.0079
$g(x)$	0.0666		0.0484	

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $m = 7$

ㄴ. $f(k) = g(k)$를 만족시키는 k가 열린구간 $(10, 12)$에 존재한다.

ㄷ. $\sigma_1 > \sigma_2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 자연수 a, b에 대하여 두 곡선

$$y=\log_a(x+1),\quad y=\log_b(x+1)$$

과 x축이 직선 $x=n$ (n은 자연수)과 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? (단, O는 원점이다.) [4점]

> (가) $2 \le a \le 16$, $2 \le b \le 16$
> (나) 점 $\mathrm{A}(-2, 0)$와 4 이하의 어떤 자연수 n에 대하여 삼각형 AOP의 넓이와 ROQ의 넓이가 같다.

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

단답형

22. 다항식 $(x-3)^7$의 전개식에서 x^5의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이고

$$\frac{1}{2}\lim_{x\to 1-}f(x)+\frac{1}{3}\lim_{x\to 1+}f(x)=10$$

일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x)=k^2\sin(kx)$의 주기가 $\frac{\pi}{2}$일 때, 함수 $f(x)$의 최댓값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점]

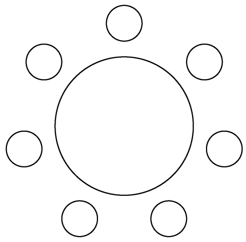
25. 다항함수 $f(x)$가 $f(1)=1$, $f'(1)=5$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\frac{(x+2)f(x)-3x}{x-1}$의 값을 구하시오. [3점]

26. 모든 양의 실수 x에 대하여 부등식

$$x^3-9x^2+15x+n\geq0$$

가 성립하도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 일정한 간격으로 7개의 의자가 놓인 원 모양의 탁자가 있다. 남학생 3명, 여학생 2명, 교사 2명이 이 탁자에 모두 둘러앉을 때, 남학생 3명이 서로 이웃하지 않거나 교사 2명이 서로 이웃하게 되는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



28. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = |a_{n+1}| - |a_n|$$

이라 하자. 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{9} a_k b_k$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 수열 $\{b_n\}$이 가질 수 있는 값은 -3, 1, 3뿐이다.
(나) $b_5 = 1$

29. 그림과 같이 흰 공 1개와 별 무늬가 그려진 흰 공 2개, 검은 공 2개와 별 무늬가 그려진 검은 공이 1개 있다. 이 6개의 공을 서로 다른 네 상자에 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는 p이다. $\frac{p}{4}$의 값을 구하시오. (단, 공이 하나도 들어가지 않은 상자가 있을 수 있고, 색과 무늬가 같은 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 별 무늬의 공이 2개 이상 들어가는 상자가 있다.
(나) 같은 색의 공이 2개 이상 들어가는 상자가 있다.

30. 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x |f'(t)|\,dt$$

라 하자. 함수

$$h(x)=\sum_{n=1}^{3}|g(x)-n+1|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g'(4)$의 값을 구하시오. [4점]

＊ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.