

수학 영역 (나형)

성명

수험번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

칸막이로는 막을 수 없는 너의 앞날을 위해

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2020년 11월 21일 시행 Epsilon 모의고사 2회 (나형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

19학번 : 강종우, 박석준, 백수정, 윤황규, 장지원, 정재훈, 정지혁, 황주영

20학번 : 김동연, 김동해, 김유진, 김태희, 송문주, 이도윤, 이선우, 정원철, 최인환

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

19학번 : 강종우, 백수정

20학번 : 김유진, 김태희

검토위원 :

이상현 (성균관대학교 수학교육과 20)

최연조 (성균관대학교 수학교육과 20)

김동현 (성균관대학교 수학교육과 18)

이현준 (성균관대학교 수학교육과 18)

서희수 (성균관대학교 수학교육과 16)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관하여 문의 사항이 있으신 경우 gasonha373@naver.com 으로 연락 주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(나형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $\log_3 6 - \log_9 4$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. 함수 $f(x) = x^3 - 7x$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\cos\left(-\frac{7}{3}\pi\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^C \cup B) = \frac{2}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 2x}$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

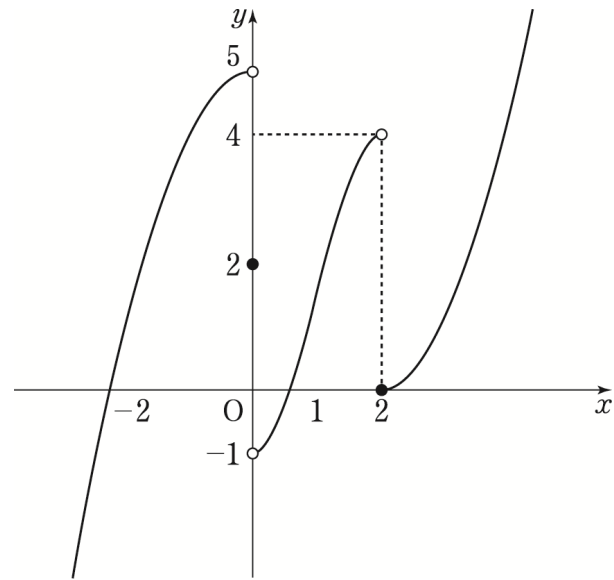
6. 어느 모집단의 확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	a	a	b	1

이 모집단에서 임의추출한 크기가 2인 표본의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $E(\bar{X}) = -\frac{1}{5}$ 이다. $P(X \geq 0)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

8. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_n = n^2 + 3n - 2$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{48}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{11}{48}$

9. 어느 고등학교 학생 200명을 대상으로 방과 후 문화 활동에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 영화감상과 독서 중 하나를 선택하였고, 각각의 문화 활동을 선택한 학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남학생	여학생	합계
영화감상	60	50	110
독서	40	50	90
합계	100	100	200

이 조사에 참여한 학생 200명 중에서 임의로 선택한 한 명이 영화감상을 선택한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{6}{11}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

10. 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v_1(t)$, $v_2(t)$ 가

$$v_1(t) = 2t^2 - 2t, \quad v_2(t) = t^2 + 2t + 32$$

이다. 두 점 A, B의 속도가 같아지는 순간 두 점 A, B의 가속도의 차는? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

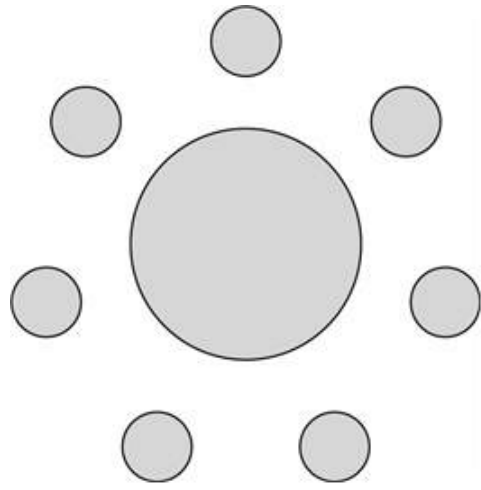
11. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{-a_n} & (a_n \text{이 정수인 경우}) \\ 8(a_n)^2 & (a_n \text{이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{25} a_n$ 의 값은? [3점]

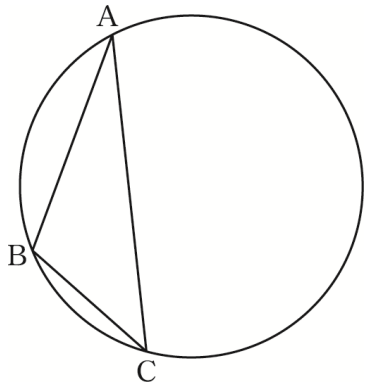
- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

12. 그림과 같이 원탁에 7개의 자리가 일정한 간격으로 있다. 빈자리가 서로 이웃하지 않도록 5명의 학생이 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

13. 그림과 같이 넓이가 10π 인 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 선분 AC의 길이는?
(단, $\angle ABC > \frac{\pi}{2}$) [3점]



- ① $2\sqrt{7}$ ② $\sqrt{30}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

14. 두 곡선 $y = \log_2(2x-4)$, $y = a \log_{\frac{1}{3}}(bx+c)$ 가
직선 $x=3$ 에 대하여 대칭일 때, $a+b+c$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

- ① $6 - \log_2 3$ ② $7 - 2\log_2 3$ ③ $5 - \log_2 3$
④ $6 - 2\log_2 3$ ⑤ $4 - \log_2 3$

15. 빨간색 공 4개, 노란색 공 3개, 파란색 공 8개가 담긴 주머니에서 임의로 10개의 공을 동시에 뽑으려고 한다. 각 색깔별로 적어도 1개의 공을 꺼내는 경우의 수는? (단, 같은 색깔의 공은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 상수 k 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{f(x+1)} = k, f(0) = 0$$

을 만족시킨다. $f(k+3)$ 의 값은? (단, $k \neq 0$) [4점]

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

17. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 7$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 와 닫힌구간 $[0, 6]$ 에서 정의된 함수 $g(x) = P(x \leq X \leq x+1)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 $f(x) = mx$ (m 은 상수)
- (나) 함수 $g(x)$ 의 그래프는 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이다.

$g(3) = \frac{1}{7}$ 일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{9}{28}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{15}{28}$ ⑤ $\frac{9}{14}$

18. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_n = \frac{2}{n(n+1)(n+2)}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \left(a_k + \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+2} \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때 (좌변) $= \frac{5}{6}$, (우변) $= \frac{5}{6}$ 이므로
 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)가 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \left(a_k + \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{m+1} + \sum_{k=1}^m \frac{1}{k+2}$$
 이다. $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} \left(a_k + \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{m+1} + \sum_{k=1}^m \frac{1}{k+2} + a_{m+1} + \frac{1}{m+2}$$

$$= 1 - \frac{1}{m+1} \times \left(1 - \boxed{\text{(가)}} \right)$$

$$+ \sum_{k=1}^m \frac{1}{k+2} + \frac{1}{m+2}$$

$$= 1 - \frac{1}{m+1} + \frac{2}{\boxed{\text{(나)}} \times (m+2)}$$

$$- \frac{2}{\boxed{\text{(나)}} \times (m+3)} + \sum_{k=1}^m \frac{1}{k+2} + \frac{1}{m+2}$$

$$= 1 - \frac{1}{m+2} + \boxed{\text{(다)}} + \sum_{k=1}^m \frac{1}{k+2}$$

$$= 1 - \frac{1}{m+2} + \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k+2}$$
 이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)가 성립한다.

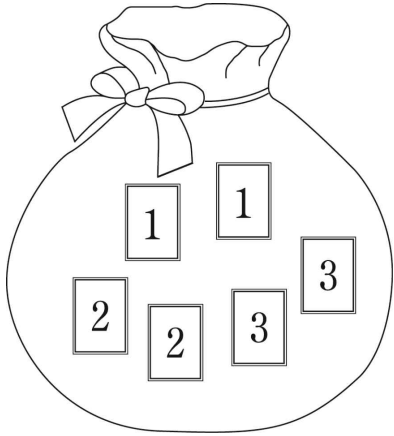
(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \left(a_k + \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+2}$$
 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$, $h(m)$ 이라 할 때, $f(6) \times g(8) \times h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{48}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{5}{48}$

19. 그림과 같이 주머니에 1, 1, 2, 2, 3, 3이 적힌 카드 6장이 있다. 이 주머니에서 임의로 k ($1 \leq k \leq 6$) 개의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀있는 숫자의 합이 3의 배수일 확률을 p_k 라 하자. $\sum_{k=1}^6 p_k$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{37}{15}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{41}{15}$ ⑤ $\frac{43}{15}$

20. 이차함수 $f(x)$ 와 상수 a 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 9x & (x \geq a) \\ f(x) & (x < a) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. $g'(a) \neq 0$, $f'(a-2) = 0$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $a=2$ 일 때, $g(0) = -13$ 이다.
 ㄴ. 함수 $g(x)$ 의 최솟값이 존재하고 그 값이 -18 이 되도록 하는 a 의 개수는 3이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 의 극댓값 k 가 존재할 때, $k \leq 14$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < 4n + 100$ 을 만족시킨다. 첫째항이 자연수이고 공차가 3인 등차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_n > b_n$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 m ($m \geq 4$)이라 할 때,

$$a_{m-3} + a_{m+2} = 76, \quad \sum_{k=1}^{2m} (a_k - b_k) = 30$$

이다. $a_3 + m$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

단답형

22. ${}_5H_4 + {}_5C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 9) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

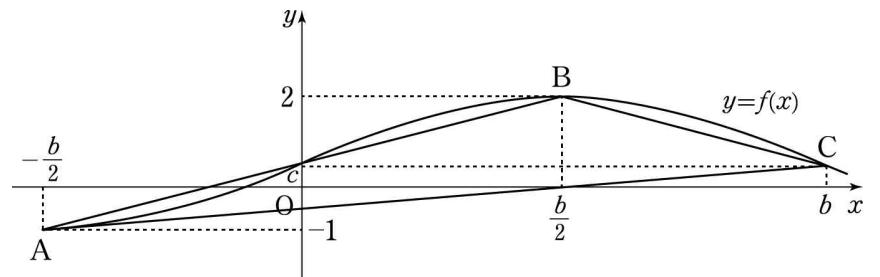
24. 상수 k 에 대하여 $5^{k-1} = \sqrt{3} \times 2^{-2k}$ 일 때, 400^k 의 값을 구하시오. [3점]

25. 확률변수 X 는 평균이 $m(m > 0)$, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다.
 $P(m \leq X \leq 2m) + P(X \leq m-2) = 0.5$ 일 때, $P(X \leq a) = 0.0401$ 을 만족시키는 상수 a 에 대하여

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

$100(m+a)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 함수 $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{b}x\right) + c$ ($b > 0$)의 그래프 위의 세 점 $A\left(-\frac{b}{2}, -1\right)$, $B\left(\frac{b}{2}, 2\right)$, $C(b, c)$ 에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 12일 때, abc 의 값을 구하시오. [4점]



27. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

세 수 $\int_1^2 f(x) dx$, $\int_2^3 \{f(x) - f(2)\} dx$, $\int_2^3 f(x) dx$ 가

이 순서대로 등차수열을 이룬다. $f(2) = 18$ 일 때,

$\int_1^3 |f(x) - f(2)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 양수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = x$ 의 실근은 $-k$, k 뿐이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 그래프는 두 직선 $y = x$, $y = x + k$ 와 각각 한 점에서 접한다.

$f'(2k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 어느 축제에 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E가 참가하여 공연한다. 한 번에 최대 두 명까지 같이 공연할 수 있을 때, 다음 조건을 만족시키도록 다섯 명의 공연 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오. (단, 모든 학생은 한 번씩만 공연한다.) [4점]

(가) A는 B보다 먼저 공연한다.
 (나) C와 D는 같이 공연하지 않는다.

30. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \left| \int_4^x g(t) dt \right| = (x-2)f(x)$$

$$(나) \int_3^x g(t) dt \geq 0$$

$\int_3^6 g(t) dt = 13$ 일 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.