

# 패턴 9

$S_n$  과  $a_n$ 의 관계

편집:우에노리에

1. **2006** **교육청 (3점)**

첫째항이  $-10$  인 등차수열  $\{a_n\}$  에서 첫째항부터 제 7 항까지의 합과 제 7 항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10 항까지의 합을 구하시오.

2. **2004** **평가원 (3점)**

수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합  $S_n$  이  $S_n = 2n^2 + 3n$  일 때,  $a_{10}$  은?

- ① 11                      ② 21                      ③ 31                      ④ 41                      ⑤ 51

3. **2008** **교육청 (3점)**

두 등차수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + b_1 = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k = 500 \text{ 일 때, } a_{10} + b_{10} \text{ 의 값을 구하시오.}$$

4. **2008** **교육청 (3점)**

첫째항이  $a$  ( $a \neq 0$ )이고 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 임의의 자연수  $m$ ,  $n$ 에 대하여

$a_m + a_n = a_{m+n}$  을 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{10} a_n$  의 값을 나타내는 것은?

- ①  $25a$                       ②  $35a$                       ③  $45a$                       ④  $55a$                       ⑤  $65a$

5. **2010** **교육청 (3점)**

다음과 같이 정의된 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = 1, \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{2} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad a_{20} \text{의 값은?}$$

- ①  $\frac{2}{21}$                       ②  $\frac{4}{21}$                       ③  $\frac{5}{21}$   
 ④  $\frac{2}{7}$                         ⑤  $\frac{3}{7}$

6. **2010** **평가원 (3점)**

1과 2사이에  $n$ 개의 수를 넣어 만든 등차수열

$1, a_1, a_2, \dots, a_n, 2$ 의 합이 24일 때,  $n$ 의 값은?

- ① 11                      ② 12                      ③ 13                      ④ 14                      ⑤ 15

7. **2009** **교육청 (3점)**

공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 은  $b_n = a_{3n-2} + 2a_{3n-1} + a_{3n}$ 이다.

$\sum_{k=1}^n a_k = A_n, \sum_{k=1}^n b_k = B_n$ 일 때  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{A_n}$ 의 값을 구하시오.

8. **2010** **교육청 (3점)**

수열  $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이

$$S_n = 5(2^n - 1) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때,  $a_7$ 의 값은?

- ① 315                      ② 320                      ③ 325                      ④ 330                      ⑤ 335

9. **2009** **교육청(3점)**

등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{2a_n - a_{n+1}\}$ 은 첫째항이 8, 공비가  $-2$ 인 등비수열을 이룬다.  
이 때,  $a_5$ 의 값을 구하시오.

10. **2008** **교육청(3점)**

등비수열  $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 5항까지의 합이  $\frac{31}{2}$ 이고

곱이 32일 때,  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5}$ 의 값은?

- ①  $\frac{31}{4}$                       ②  $\frac{31}{8}$                       ③  $\frac{31}{12}$                       ④  $\frac{8}{31}$                       ⑤  $\frac{4}{31}$

11. **2005** **교육청(3점)**

첫째항이 1, 공비가 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 수열  $\{S_n + p\}$ 가 등비수열을 이루도록 하는 상수  $p$ 의 값은?

- ① 1                              ②  $\frac{1}{2}$   
③  $\frac{1}{3}$                               ④  $\frac{1}{4}$   
⑤  $\frac{1}{5}$

12. **2008** **교육청(3점)**

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = 2 \cdot 3^n - 2$ 일 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면?

< 보 기 >

<p>ㄱ. <math>a_3 = 36</math>                  ㄴ. <math>\{a_n\}</math>은 등비수열이다.                  ㄷ. <math>\{\log_{10} a_n\}</math>은 등차수열이다.</p>
---

- ① ㄱ                              ② ㄴ                              ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. **2009** **평가원(3점)**

등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 6$ ,  $a_5 = 162$ 일 때,

$\sum_{k=1}^n a_k \geq 1000$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값은?

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
 ④ 9                      ⑤ 10

14. **2008** **평가원(4점)**

공차가  $d_1, d_2$ 인 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을 각각  $S_n, T_n$ 이라 하자.

$$S_n T_n = n^2(n^2 - 1)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보            기>

<p>ㄱ. <math>a_n = n</math>이면 <math>b_n = 4n - 4</math>이다.</p> <p>ㄴ. <math>d_1 d_2 = 4</math></p> <p>ㄷ. <math>a_1 \neq 0</math>이면 <math>a_n = n</math>이다.</p>
--

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. **2012** 교육청(4점)

첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 부등식

$$|x - a_n| \geq |x - a_{n+1}| \quad (n \geq 1)$$

을 만족시키는  $x$ 의 최솟값을  $b_n$ 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[ 보 기 ]

ㄱ.  $b_1 = \frac{a_1 + a_2}{2}$

ㄴ. 수열  $\{b_n\}$ 은 공차가  $\frac{3}{2}$ 인 등차수열이다.

ㄷ.  $\sum_{n=1}^{10} b_n = 160$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. **2010** 교육청(4점)

각 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$b_n = \log_3 a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{11}$ 의 값은?

(가)  $b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{15} + b_{17} = 36$

(나)  $b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{16} + b_{18} = 45$

- ①  $3^5$                       ②  $3^6$                       ③  $3^7$   
 ④  $3^8$                       ⑤  $3^9$

17. **2012** **평가원(4점)**

수열  $\{a_n\}$  에서  $a_1 = 2$  이고,  $n \geq 1$  일 때  $a_{n+1}$  은

$$\frac{1}{n+2} < \frac{a_n}{k} < \frac{1}{n}$$

을 만족시키는 자연수  $k$  의 개수이다.  $a_{10}$  의 값을 구하시오.

18. **2008** **교육청 (4점)**

수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라 하면  $S_n = pa_n + 1$  이 성립한다. <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $p$  는 1 이 아닌 상수이다.)

— < 보 기 > —

ㄱ.  $a_1 = \frac{1}{1-p}$

ㄴ. 수열  $\{a_n\}$  은 등비수열이다.

ㄷ.  $p = \frac{2}{3}$  이면 수열  $\{a_n\}$  은 수렴한다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. **2007** **평가원(4점)**

$n$  개의 항으로 이루어진 등차수열  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  이 다음 조건을 만족한다.

— < 다 음 > —

(가) 처음 4개 항의 합은 26 이다.

(나) 마지막 4개 항의 합은 134 이다.

(다)  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 260$

이 때  $n$  의 값을 구하시오.

20. **2006** **교육청(4점)**

공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

< 보 기 >

ㄱ. 수열  $\{3a_n\}$ 은 공차가 9인 등차수열이다.  
ㄴ. 수열  $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.  
ㄷ. 수열  $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. **2007** **교육청 4점)**

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = n^2$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{n}{m}$ 을 만족시키는 자연수  $m, n$ 에 대하여  $m+n$ 의 값을 구하시오.(단,  $m, n$ 은 서로소이다.)

22. **2010** **수능 (4점)**

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 수열  $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가  $-3$ 인 등차수열이고, 수열  $\{S_{2n}\}$ 은 공차가  $2$ 인 등차수열이다.  $a_2 = 1$ 일 때,  $a_8$ 의 값을 구하시오.

23. **2012** **수능 (3점)**

첫째항이  $-5$  이고 공차가  $2$  인 등차수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $\sum_{k=11}^{20} a_k$  의 값은?

- ① 260                      ② 255                      ③ 250  
④ 245                      ⑤ 240

24. **2011** **교육청(3점)**

수열  $\{a_n\}$ 이 첫째항과 공비가 모두 5인 등비수열일 때,  $\sum_{n=1}^{20} \log_{25} a_n$ 의 값을 구하시오.

25. **2011** **교육청(3점)**

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = {}_{n+2}C_3$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

일 때,  $\sum_{n=1}^{10} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값을 구하시오.

26. **2012** **교육청(3점)**

자연수  $n$ 에 대하여 두 함수  $f(x) = x^2 - (n+1)x + n^2$ ,  $g(x) = n(x-1)$ 의 그래프의 두 교점의

$x$ 좌표를  $a_n, b_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{19} \frac{100}{a_n b_n}$ 의 값은?

- ① 80                      ② 85                      ③ 90  
④ 95                      ⑤ 100

27. **2008** **교육청 3점)**

$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$  일 때,  $\sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2$ 의 값을 구하시오.

28. **2009** **교육청(3점)**

$n$ 이 2 이상의 자연수일 때,  $n$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 하자.

$\sum_{n=2}^m f(n) = 33$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 값은?

- ① 20                      ② 21                      ③ 22                      ④ 23                      ⑤ 24

29. **2012** **교육청(3점)**

수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = 2^{n-5} + n$$

을 만족시킬 때,  $a_{10} - a_7$ 의 값은?

- ① 40                      ② 44                      ③ 48                      ④ 52                      ⑤ 56

30. **2012** **교육청(3점)**

수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 1$ 이고 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_{2n+2} - a_{2n} = 1$

(나)  $a_{2n+1} - a_{2n-1} = 0$

$a_{100} + a_{101}$ 의 값을 구하시오.

31. **2008** **교육청(3점)**

수열  $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \sum_{k=1}^n 10^{k-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$a_n$ 을 3으로 나눈 나머지를  $b_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{30} b_n$ 의 값은?

- ① 30                      ② 31                      ③ 32                      ④ 33                      ⑤ 34

32. **2012**      **평가원(3점)**

첫째항이 2 이고, 각 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라 하자.

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3} \text{ 일 때, } S_{11} \text{ 의 값은?}$$

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
 ④ 9                      ⑤ 10

33. **2012**      **교육청(3점)**

수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합  $S_n$  이  $S_n = \frac{n^2 + 3n}{2}$  일 때,  $\sum_{n=1}^7 2^{a_n}$  의 값을 구하시오.

34. **2009**      **평가원(4점)**

수열  $\{a_n\}$  에서  $a_n = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$  일 때,  $\sum_{n=1}^{2010} n a_n$  의 값은?

- ① -2011                ② -2010                ③ 0  
 ④ 2010                ⑤ 2011

35. **2005**      **교육청(4점)**

$x$  에 대한 이차방정식  $x^2 + 4x - (2n - 1)(2n + 1) = 0$  의 두 근  $\alpha_n, \beta_n$  에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} \left( \frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right) \text{ 의 값은?}$$

- ①  $\frac{11}{21}$                       ②  $\frac{20}{21}$                       ③  $\frac{31}{21}$                       ④  $\frac{40}{21}$                       ⑤  $\frac{50}{21}$

- 1) 정답 80
- 2) 정답 ④
- 3) 정답 55
- 4) 정답 ④
- 5) 정답 ①
- 6) 정답 ④
- 7) 정답 12
- 8) 정답 ②
- 9) 정답 32
- 10) 정답 ②
- 11) 정답 ②
- 12) 정답 ⑤
- 13) 정답 ②
- 14) 정답 ③
- 15) 정답 ③
- 16) 정답 ②
- 17) 정답 513
- 18) 정답 ③
- 19) 정답 13
- 20) 정답 ⑤
- 21) 정답 301
- 22) 정답 16
- 23) 정답 ⑤
- 24) 정답 105
- 25) 정답 65
- 26) 정답 ④
- 27) 정답 60
- 28) 정답 ④
- 29) 정답 ④
- 30) 정답 51
- 31) 정답 ①
- 32) 정답 ①
- 33) 정답 508
- 34) 정답 ①
- 35) 정답 ④