

[수학-자연 2012.03 모의 가형+ 나형]

행렬 : 더하기빠기와 케일리 해밀턴~ 문자역행렬 만드는것 기억하자!
 행렬 5형제 : 연립방정식 형태의 5가지 특히 4번과 5번에 주의!
 행렬과 그래프 : 각 줄합의 의미는 점에서 출발한 선의갯수, 전체합/2=선갯수
 지수 : 제곱근이란? 식 잘 정리하기 숙제들
 로그 : 죽거서 표현하는 말이다른 아이들, 상용로그의 지표 가수 의미
 수열 : 등차수열의 합은 (초항+말항)(갯수)/2, 등비합은 초항(알갯수승-1)/(알-1)
 여러가지수열 : n=1일때, n=2일때... 대입해서 풀줄알도록
 시그마 : 시그마 공식, 등비수열의 시그마는 죽~풀어서 해보자
 부분분수합 : 양옆지우기, 건너지우기, 간격분의일 주의하기
 군수열 : 군수열은 피라미드
 귀납법 : 대입해서 하는 귀납법 or k 일때 k+1일때 형태의 귀납법
 극한 : 합차곱나(조심) 가능~ 루트있고 빠기있으면 유리화, 최대주인공비
 급수 : 급수의 성질에 주의! 무한대로 더한거 안다? 그 끝가로는0
 무한등비급수 : $a/(1-r)$ 이용해서 합 구하는것~

수리'가'형 정답

1	②	2	⑤	3	④	4	③	5	①
6	③	7	⑤	8	④	9	⑤	10	②
11	②	12	①	13	④	14	①	15	③
16	③	17	①	18	⑤	19	②	20	④
21	⑤	22	13	23	8	24	208	25	16
26	51	27	9	28	136	29	24	30	32

수리'나'형 정답

1	②	2	⑤	3	④	4	⑤	5	①
6	③	7	②	8	②	9	④	10	②
11	②	12	①	13	④	14	①	15	③
16	③	17	①	18	⑤	19	③	20	④
21	⑤	22	13	23	98	24	70	25	36
26	51	27	9	28	23	29	24	30	462

[가형 수학2 문제 정리~]

[sin cos 공식]

4. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 함수 $f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ③]

[출제의도] 삼각함수의 여러 가지 공식을 이용하여 함수의 최솟값을 구한다.

$$f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x} = \frac{\sin 2x + 1}{\sin 2x} = 1 + \frac{1}{\sin 2x}$$

$0 < \sin 2x \leq 1$ 이므로 $f(x)$ 의 최솟값은 2이다.

일단 문제보고~ 뭐지? 했음 답보고 ?

$$f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}{\sin 2x} = \frac{1 + \sin 2x}{\sin 2x}$$

알잖아~ 두배각 사인

$$f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x} = \frac{1 + \sin 2x}{\sin 2x}$$

일단 최소값만 궁금하다고 하니~ 두개가 같은형태기 도 하니~

$$f(t) = \frac{t + 1}{t} = 1 + \frac{1}{t} = 1 + \frac{1}{\text{젤큰}}$$

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ 범위에서 그러봐~ 젤큰누구? 젤작이

[무리방정식 : 범위 중요]

5. 무리방정식 $\sqrt{x+4} = |x| - 2$ 의 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① -15 ② -12 ③ -10
 ④ -5 ⑤ 0

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ①]

[출제의도] 무연근의 뜻과 무리방정식의 풀이 방법을 이해하여 무리방정식의 해를 구한다.

$$\sqrt{x+4} = |x| - 2 \dots \textcircled{1}$$

주어진 식의 양변을 제곱하면

$$x+4 = x^2 - 4|x| + 4$$

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$x^2 - 5x = 0, \quad x(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 5$$

①에 대입하면 $x=0$ 은 무연근이다. 따라서 구하는 근은 $x=5$ 이다.

(ii) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 3x = 0, \quad x(x+3) = 0$$

$$\therefore x = -3$$

따라서 (i), (ii)에서 모든 실근의 곱은 -15

$$\sqrt{x+4} = |x| - 2 \dots \textcircled{1} \text{ 주어진 식의 양변을 제곱하면}$$

$$x+4 = x^2 - 4|x| +$$

언제 부호 바뀌나오니 ~ 범위정함

1) $x \geq 0$ (정상)

$$x+4 = x^2 - 4x +$$

정리~

$$x = 0 \quad \text{대입확인~}$$

$$x = 5 \quad \text{대입확인~}$$

2) $x < 0$ (비정상), 그러면서 $x+4 >$

$$x+4 = x^2 + 4x +$$

$$x = -3 \quad \text{대입확인~}$$

모든 실근의 곱은?

[sin cos 공식 정리]

6. 다음 중 $\tan 10^\circ + \frac{1}{\tan 20^\circ}$ 의 값과 같은 것은? [3점]

- ① $\sin 10^\circ$ ② $\cos 20^\circ$ ③ $\frac{1}{\sin 20^\circ}$
 ④ $\frac{1}{\cos 10^\circ}$ ⑤ $\frac{1}{\tan 10^\circ}$

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ③]

[출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 같은 값을 갖는 삼각함수를 찾는다.

$$\begin{aligned} \tan 10^\circ + \frac{1}{\tan 20^\circ} &= \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} + \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sin 10^\circ \sin 20^\circ + \cos 10^\circ \cos 20^\circ}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ} \\ &= \frac{\cos(20^\circ - 10^\circ)}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ} = \frac{\cos 10^\circ}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ} = \frac{1}{\sin 20^\circ} \end{aligned}$$

- 1) 일단 주어진 식을 보자? 우리가 평소에 보던 30도 45도 60도가 아니네~
- 2) 보기를 보자, 이꼴로 정리 해야 된다는거
- 3) 일단 뒤집어는 보자

$$\tan 10^\circ + \frac{1}{\tan 20^\circ} = \tan 10^\circ + \cot 20^\circ \quad ? \text{ 인가 이걸로 우리가 아는 공식이 없지...}$$

- 4) 우리가 아는 sin 합각, cos 합각을 이용해야 되겠군

$$\begin{aligned} \tan 10^\circ + \frac{1}{\tan 20^\circ} &= \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} + \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} \\ &= \frac{\quad + \quad}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ} \quad (\sim \text{통분}) \quad \text{윗줄은 sin 친구? cos 친구?} \\ &= \frac{\cos(\quad)}{\cos 10^\circ \sin 20^\circ} = \end{aligned}$$

[삼차함수네~]

7. 다항함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$$

(나) $x = -1$ 과 $x = 2$ 에서 극값을 갖는다.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16
 ④ 20 ⑤ 24

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 ⑤]

[출제의도] 극값의 뜻을 이해하여 조건을 만족시키는 다항함수의 미분계수를 구한다.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$ 이므로 $f(x)$ 는 삼차함수이고 삼차항의 계수는 1이다. 따라서 $f'(x)$ 는 이차함수이고 이차항의 계수는 3이다.

$x = -1$ 과 $x = 2$ 에서 극값을 가지므로 $f'(x)$ 는 $x+1$ 과 $x-2$ 를 인수로 갖는다.

따라서 $f'(x) = 3(x+1)(x-2)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{f(3+h) - f(3)\} - \{f(3-h) - f(3)\}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{-h} \\ &= 2f'(3) = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 = 24 \end{aligned}$$

근데 뭐가 궁금하대~

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\quad}{1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1 \quad \text{에서 최고차항의 비가 1}$$

$$f(x) = x^3 +$$

$$f'(x) = 3x^2 + \quad +$$

극값을 갖는다는 힌트!!

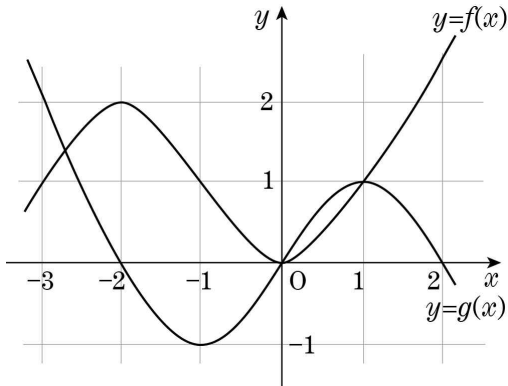
$$f'(x) = 3(x \quad)(\quad)$$

$$f'(3) =$$

그래서 답은~~

[근의 갯수, 근 안되는곳 어디니?]

8. 두 다항함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$-3 \leq x \leq 2$ 에서 방정식

$$\left\{ \frac{f(x)}{g(x)} - 1 \right\} \left\{ \frac{g(x)+1}{f(x)} - 1 \right\} = 0$$

의 실근의 개수는? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ④]

[출제의도] 무연근과 그래프의 평행이동을 이해하여 분수방정식의 해의 개수를 구한다.

1) $f(x) \neq 0, g(x) \neq 0$

일단 안되는곳

$f(x) \neq 0$ $x \neq$ (범위밖 $x \neq -3$ 보다 작은쪽 한개 더)

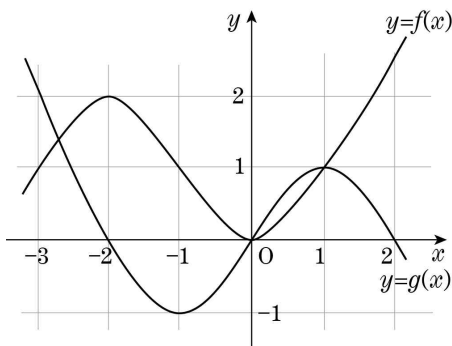
$g(x) \neq 0$ $x \neq$ $x \neq$ $x \neq$

2) $f(x) = g(x)$ 인 곳 어디쯤?

$x =$ $x =$ (-3하고 -2 사이~)

영 안되~

3) $f(x) = g(x) + 1$ 인 곳 어디쯤? 위에다 올려서 하나 더 그려



어디니?
 몇개니?
 무연근아니니?

구하는 해의 개수는?

[속도의 방향과 관련된 문제]

9. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 위치 x_P, x_Q 는 다음과 같다.

$$x_P = t^2 - at, \quad x_Q = \ln(t^2 - t + 1)$$

두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 시각 t 의 범위가 $\frac{1}{2} < t < 2$ 일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ⑤]

[출제의도] 위치와 속도의 관계 및 속도의 부호의 의미를 이해하여 두 점이 서로 반대 방향으로 움직이는 시각을 구한다.

$$v_P = \frac{dx_P}{dt} = 2t - a \qquad v_P v_Q = \frac{(2t-a)(2t-1)}{t^2-t+1} < 0$$

$$v_Q = \frac{dx_Q}{dt} = \frac{2t-1}{t^2-t+1} \qquad \therefore (2t-a)(2t-1) < 0 \dots \textcircled{1} \quad (\because t^2-t+1 > 0)$$

두 점 P, Q가 움직이는 방향이 서로 반대 방향이 되려면 $v_P v_Q < 0$ 이어야 한다. $\textcircled{1}$ 의 해가 $\frac{1}{2} < t < 2$ 이므로 $\frac{a}{2} = 2$
 $\therefore a = 4$

속도는 벡터다 : 부호의 의미는 앞으로 가다 뒤로가다~ 로 바뀌는것

$$x_P = t^2 - at \qquad \text{미분} \sim v_P =$$

$$x_Q = \ln(t^2 - t + 1) \qquad \text{미분} \sim v_Q = \text{—————}$$

부호 다르다고? 곱해서 마이너스래~

$$v_P v_Q = (\quad) \left(\text{—————} \right) < 0$$

분수 아래는 언제나 + 인 부분이심 (왜? 완전제곱식 or 허근)

$$(2t - a)(2t - 1) < 0$$

$$\frac{1}{2} < t < 2 \quad \text{라니까 } a \text{의 값은?}$$

(빨리푸는 편법 : $\frac{1}{2}$ or 2 대입)

[ln 함수의 미분법]

15. 열린 구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x) = 1 + \{f(x)\}^2$
 (나) $f(\frac{\pi}{4}) = 1$

함수 $g(x) = \ln f'(x)$ 에 대하여 $g'(\frac{\pi}{4})$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ③]

[출제의도] 로그함수의 미분법을 이해하여 미분계수를 구한다.

$$g(x) = \ln f'(x)$$

$$= \ln(1 + \{f(x)\}^2) \text{에서}$$

$$g'(x) = \frac{2f(x)f'(x)}{1 + \{f(x)\}^2}$$

$$= \frac{2f(x)[1 + \{f(x)\}^2]}{1 + \{f(x)\}^2}$$

$$= 2f(x)$$

$$\therefore g'(\frac{\pi}{4}) = 2f(\frac{\pi}{4}) = 2 \cdot 1 = 2 \quad \text{함수 } y = \tan x \text{는 주어진 조건을 만족시킨다.}$$

[다른풀이]

$$g(x) = \ln f'(x) \text{이므로}$$

$$g'(x) = \frac{f''(x)}{f'(x)} = \frac{2f(x)f'(x)}{f'(x)} = 2f(x)$$

$$\therefore g'(\frac{\pi}{4}) = 2f(\frac{\pi}{4}) = 2 \cdot 1 = 2$$

[참고]

주어진 것을 일단 확인~

1) 뭐가 궁금하대 $g'(\frac{\pi}{4})$ $g(x) = \ln f'(x)$ 이니까

$$g'(x) = \frac{\quad}{f'(x)} \quad \text{결국 } g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\quad}{f'(\frac{\pi}{4})} \quad \text{궁금하다는 것}$$

2) 이계도함수가 필요하네

$$f'(x) = 1 + \{f(x)\}^2 \quad \text{이래서 } f''(x) = 2\{ \quad \}\{ \quad \}$$

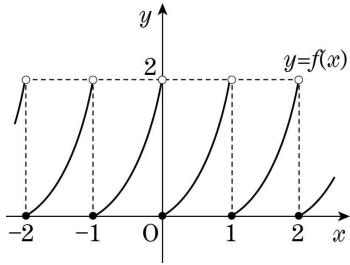
3) 구하면

$$g'(x) = \frac{\quad}{f'(x)} = \quad \quad \text{결국 이거구만}$$

$$g'(\frac{\pi}{4}) = \quad \quad \quad f(\frac{\pi}{4}) = 1 \quad \text{라니까}$$

[그림으로 보는 함수의 연속]

16. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 합성함수 $f(g(x))$ 가 $x = 0$ 에서 연속이 되도록 하는 함수 $g(x)$ 를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $g(x) = x^2$	ㄴ. $g(x) = \sin x $	ㄷ. $g(x) = \cos x$
-----------------	----------------------	--------------------

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 ③]

[출제의도] 함수의 연속의 뜻을 이해하여 주어진 함수의 연속 여부를 판정한다.
합성함수 $f(g(x))$ 가 $x = 0$ 에서 연속이 되도록 ~ g 부터 먼저

ㄱ. $g(x) = x^2$

$g(0.001) = 0.001$	$f(\quad) =$	
$g(-0.001) =$	$f(\quad) =$	
$g(0) =$	$f(\quad) =$	같니?

ㄴ. $g(x) = |\sin x|$ 대충그려봐~

$g(0.001) = 0.001$	$f(\quad) =$	
$g(-0.001) =$	$f(\quad) =$	
$g(0) =$	$f(\quad) =$	같니?

ㄷ. $g(x) = \cos x$ 대충그려봐~

$g(0.001) = 0.999$	$f(\quad) =$	
$g(-0.001) =$	$f(\quad) =$	
$g(0) =$	$f(\quad) =$	같니?

[절대값 식풀기]

19. 함수 $f(x) = x|x| + |x-1|^3$ 에 대하여 $f'(0) + f'(1)$ 의 값은?

[4점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 ②]

[출제의도] 도함수의 성질을 이해하여 절댓값을 포함하는 함수의 미분계수를 구한다.

$$\begin{array}{ll}
 g(x) = x|x|, h(x) = |x-1|^3 \text{으로 놓으면} & x > 0 \text{일 때 } g(x) = x^2, \\
 \text{두 함수 } g(x), h(x) \text{는 실수 전체에서 미분가능하므로} & x < 1 \text{일 때 } h(x) = -(x-1)^3 \text{이므로} \\
 \text{함수 } f(x) \text{도 실수 전체에서 미분가능하다.} & f'(0) = 0 + h'(0) = -3(0-1)^2 = -3 \\
 g'(0) = 0, h'(1) = 0 \text{이고} & f'(1) = g'(1) + 0 = 2 \cdot 1 = 2 \\
 & \therefore f'(0) + f'(1) = -3 + 2 = -1
 \end{array}$$

일단 궁금한 것 $f'(0) + f'(1)$ 이구나.

1) $f'(0)$ 을 계산하기 위한 식은 누구니~

$$f(x) = x|x| + |x-1|^3$$

팬찮아 비정상

$$f(x) = x^2 - (x-1)^3 \quad \text{풀던가 바로 미분해~}$$

$$f'(x) = 2x - 3(\quad)$$

$$f'(0) =$$

참고. $f(x) = -x^2 - (x-1)^3$ 0보다 좀작은 쪽에서는 이런식~

2) $f'(1)$ 을 계산하기 위한 식은 누구니~

$$f(x) = x|x| + |x-1|^3$$

팬찮아 팬찮아

$$f(x) = x^2 + (x-1)^3 \quad \text{풀던가 바로 미분해~}$$

$$f'(x) = 2x + 3(\quad)$$

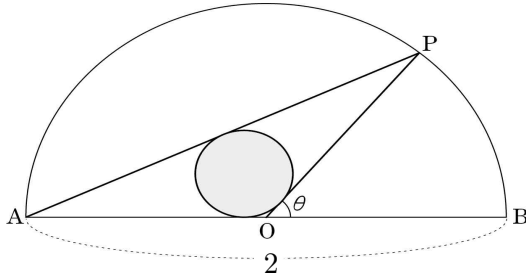
$$f'(1) =$$

참고. $f(x) = x^2 - (x-1)^3$ 1보다 좀작은 쪽에서는 이런식~

$$f'(0) + f'(1) =$$

[별표 별표 제일 어려운 도형주고 극한]

20. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 호 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle POB = \theta$ 일 때, 삼각형 PAO에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$ 이다.) [4점]



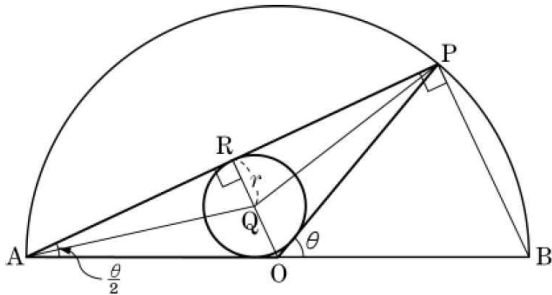
- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{8}$
 ④ $\frac{\pi}{16}$ ⑤ $\frac{\pi}{32}$

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ④]

[출제의도] 삼각함수의 극한과 도형의 성질을 이용하여 함수의 극한값을 구한다.

삼각형 PAO에 내접하는 원의 중심을 Q, 반지름의 길이를 r 라 하자.



$\triangle AOP = \triangle AOQ + \triangle OPQ + \triangle PAQ$ 이므로

$$\frac{1}{2} \cdot \overline{AO} \cdot \overline{OP} \cdot \sin(\pi - \theta) = \frac{r}{2} \cdot \overline{AO} + \frac{r}{2} \cdot \overline{OP} + \frac{r}{2} \cdot \overline{PA}$$

$$\therefore \sin \theta = r(2 + \overline{PA}) \quad \dots \textcircled{1}$$

직각삼각형 ABP에서

$$\overline{PA} = \overline{AB} \cos \frac{\theta}{2} = 2 \cos \frac{\theta}{2} \quad \dots \textcircled{2} \text{이므로}$$

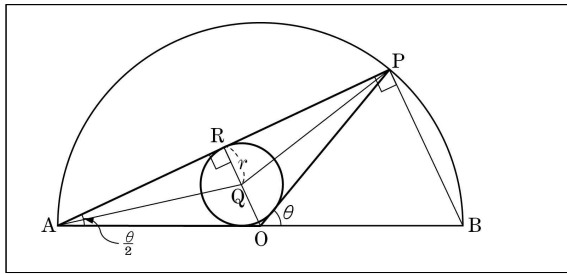
$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } r = \frac{\sin \theta}{2 + 2 \cos \frac{\theta}{2}} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } f(\theta) = \pi r^2 = \frac{\pi \sin^2 \theta}{\left(2 + 2 \cos \frac{\theta}{2}\right)^2} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2} &= \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\sin^2 \theta}{\theta^2} \cdot \frac{\pi}{\left(2 + 2 \cos \frac{\theta}{2}\right)^2} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\sin^2 \theta}{\theta^2} \cdot \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\pi}{\left(2 + 2 \cos \frac{\theta}{2}\right)^2} \\ &= 1^2 \cdot \frac{\pi}{16} = \frac{\pi}{16} \end{aligned}$$

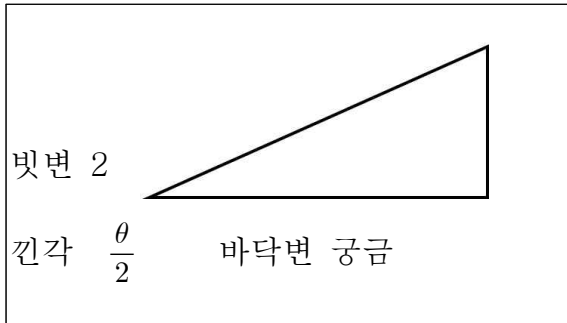
사실 풀이방법은 설계하기 나름이긴 하다.

위에는 넓이로 하는법



그래도 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2}$ 이걸 물어봤으니
sin 이나 tan 관련 식이라고 눈치~

- 1) 궁금한 것 내접원의 반지름 r 누구니? 그래서 넓이 πr^2 누구니?
- 2) 위에서 답을 답음을 눈치챌수 있어야 한다는것, 이등변삼각형 인것도
- 3) PAO 각이 $\frac{\theta}{2}$ 의 반평, 그 답음으로 쪼개지니 QAO 각도 $\frac{\theta}{4}$
- 4) 넓이로 할래 길이로 할래? 고민해야 한다는 것
- 5) 넓이로 하더라도 AP 길이 알아야 되니 그냥 길이로 하지 뭐.
- 6) 삼각형 ABP 에서

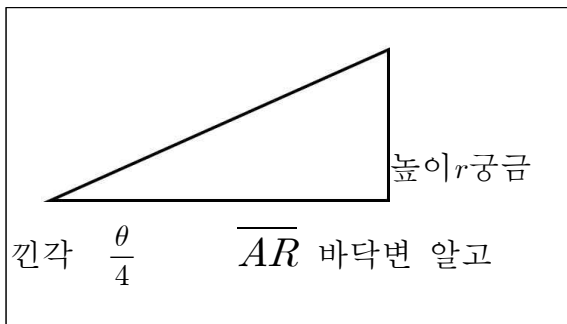


$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\text{바닥변 } AP}{2}$$

$$\overline{AP} =$$

$$\overline{AR} = \overline{RP} =$$

- 6) 삼각형 AQR 에서



$$\tan \frac{\theta}{4} = \frac{\text{높이 } r}{\text{바닥변}}$$

$$r = \left(\tan \frac{\theta}{4} \right) \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)$$

- 7) 이제 이거 하자

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\pi \left(\frac{1}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right)}{\theta^2} \quad \text{계수비~}$$

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2} = \frac{1}{4} \pi$$

[접선의 방정식]

23. 곡선 $y = e^{3-x}$ 위의 점 (3, 1)에서의 접선 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [3점]

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 8]

[출제의도] 지수함수의 미분법을 이해하여 접선의 방정식을 구한다.

1) $y = e^{3-x}$ 에서 위의점 (3, 1) 이라는 것 3대입시 1나와~

2) 도함수

$$y = e^{3-x}$$

$$y' =$$

$x=3$ 에서의 기울기 ?

3) 위의점 (3, 1) 으로 맞춰주기

$$y = (\text{기울기})x + (\text{맞춰주기})$$

$$y = (\quad)x + (\text{네모})$$

결국 접선 $y =$

4) 접선 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이? 삼각형
도형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\quad) \times (\quad) =$$

[무한대와 로피탈을 적절하게 이용]

24. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^4} = 4$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^2}{x - 1} = 3$

$f(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 208]

[출제의도] 극한의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 다항함수를 구한다.

1) 조건 (가)에서 $f(x)$ 는 이차함수임을 알 수 있다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^4} = 4 \quad \text{위는 몇차? 그 최고차 누구?}$$

$f(x)$ 는 몇차? 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 했으니까

$$f(x) = (\quad)x^2 + bx + c$$

2) 조건 (나)에서 바로 로피탈

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^2}{x - 1} = 3 \quad \text{주어진 정보 0/0 꼴 } f(1) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - 2x}{1} = \quad f'(1) =$$

3) b하고 c 구함

$$f(x) = 2x^2 + bx + c$$

$$f(1) =$$

$$f'(x) =$$

$$f'(1) =$$

$$4) f(10) =$$

[부등식 분수부등식]

25. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x(x-2)(x+3) > 0 \\ \frac{x-n}{x+2} \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 15가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오.
[3점]

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 16]

[출제의도] 고차부등식과 분수부등식의 풀이 방법을 이해하여 연립부등식의 해를 구한다.

$x(x-2)(x+3) > 0$ 에서

$$-3 < x < 0 \text{ 또는 } x > 2 \dots \textcircled{1}$$

$\frac{x-n}{x+2} \leq 0$ 에서

$$(x-n)(x+2) \leq 0, x \neq -2$$

$$\therefore -2 < x \leq n \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$-2 < x < 0 \text{ 또는 } 2 < x \leq n \text{ 이므로}$$

만족시키는 정수 x 는 $-1, 3, 4, 5, \dots, n$ 으로

$(n-1)$ 개이다.

따라서 $n-1=15$ 이므로 $n=16$ 이다.

1) $x(x-2)(x+3) > 0$ 에서 삼차 그림을 옆에 그리고~ 위로~

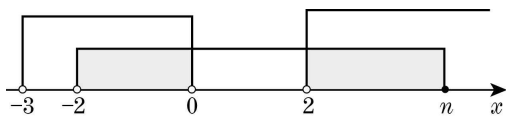
$$-3 < x < 0 \text{ 또는 } x > 2$$

2) $\frac{x-n}{x+2} \leq 0$ 에서 완전제곱식으로 올리면~ 근데 엔은 자연수래. 엄청커

$$(\quad)(\quad) \leq 0, x \neq$$

$$\therefore -2 < x \leq n$$

3) 그림으로 표현하면~ 되는 정수가 15개 되게 하래.



1개

14개 필요 3, 4, 5, 6, 어디까지?

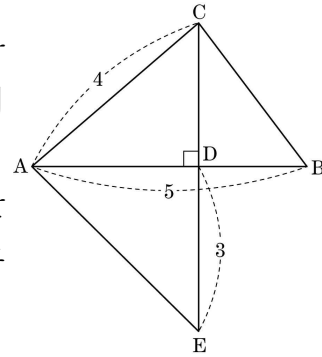
$$n =$$

[최댓값 삼각함수의 합성 유형]

28. 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$ 인 삼각형 ABC가 있다.

꼭짓점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 선분 CD의 연장선 위에 $\overline{DE} = 3$ 을 만족시키는 점 E를 잡는다.

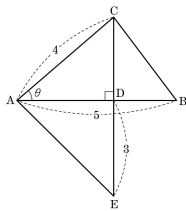
두 삼각형 ABC, AED의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 최댓값을 M 이라 하자. M^2 의 값을 구하시오. (단, 각 CAB는 예각이다.) [4점]



[2012.03 서울교육청 가형]

[답 136]

[출제의도] 도형의 성질과 삼각함수의 합성을 이용하여 최댓값을 구한다.



$\angle CAB = \theta$ 라 하면 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \sin \theta, \quad S_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cos \theta$$

$$S_1 + S_2 = 10 \sin \theta + 6 \cos \theta = \sqrt{136} \sin(\theta + \alpha)$$

$$\left(\cos \alpha = \frac{10}{\sqrt{136}}, \quad \sin \alpha = \frac{6}{\sqrt{136}} \right)$$

따라서 $S_1 + S_2$ 의 최댓값은 $\sqrt{136}$ 이다.

$$\therefore M^2 = 136$$

1) 고민 어디를 세타로 잡을까?

2) 일단 넓이를 어디를 구하래니 : (\overline{AD}) 도 세타로 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$$ABC \text{ 넓이} = \frac{1}{2} () () \sin(\text{각}) \quad AED \text{ 넓이} = \frac{1}{2} (\overline{AD})(3)$$

3) (\overline{AD}) 를 나타내 보자

<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> <p>빗변 4</p> <p>각 θ</p> <p>바닥변 \overline{AD}</p> </div> </div>	$\cos \theta = \frac{\text{바닥변 } AD}{4}$ $\overline{AD} =$ $AED \text{ 넓이} = \frac{1}{2} (\overline{AD})(3) =$
--	--

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} () () \sin \theta +$$

$$S_1 + S_2 = () \sin \theta + () \cos \theta = \sqrt{136} \sin(\theta + \alpha) \quad \text{최대값 결정 끝~}$$

$$\therefore M^2 = \quad \text{참고로 ~ 이진 크로스 ~ } \left(\cos \alpha = \frac{10}{\sqrt{136}}, \quad \sin \alpha = \frac{6}{\sqrt{136}} \right)$$

[4차식, 미분식의 정확한 이해가 관건, 고난이]

30. 함수 $f(x) = x^2(x-2)^2$ 이 있다. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$$

를 만족시키는 실수 t 의 집합은 $\{t | p \leq t \leq q\}$ 이다. $36pq$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 32]

[출제의도] 주어진 함수의 그래프에서 접선이 곡선보다 위쪽에 놓이도록 하는 접점의 범위를 구한다.

	<p>직선 $y = f'(t)(x-t) + f(t)$는 곡선 위의 점 $P(t, f(t))$에서의 접선이므로 접선이 주어진 곡선의 위쪽에 놓이려면 접점은 곡선이 위로 볼록한 부분의 점이다. 그런데 위로 볼록한 부분에 있는 점에서의 접선 중에는 구간 $[0, 2]$에서 $y = f(x)$의 그래프 아래쪽을 지나는 직선이 생길 수 있다. 그러므로 원점에서 그 접선의 접점과 점 $(2, 0)$에서 그 접선의 접점의 x좌표를 조사하면 된다.</p>
	$y = x^2(x-2)^2$ $y' = 2x(x-2)^2 + 2x^2(x-2) = 4x(x-1)(x-2)$ <p>점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은</p> $y - a^2(a-2)^2 = 4a(a-1)(a-2)(x-a)$ <p>$x=0, y=0$을 대입하면</p> $-a^2(a-2)^2 = -4a^2(a-1)(a-2)$ $\therefore a = \frac{2}{3}$
<p>한편 곡선 $y = x^2(x-2)^2$은 직선 $x=1$에 대하여 대칭이므로 점 $(2, 0)$에서 그 접선의 접점의 x좌표를 b라 하면 $\frac{2}{3} + b = 2$에서 $b = \frac{4}{3}$</p>	<p>따라서 주어진 부등식을 만족시키는 실수 t의 값의 범위는 $\frac{2}{3} \leq t \leq \frac{4}{3}$이다.</p> <p>$\therefore 36pq = 36 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = 32$</p>
	[모의해설]

1) 일단 그 개형은 대칭인 w 형태일 것이다. 왜? 0하고 2가 중근이니까

$$f(x) = x^2(x-2)^2 = x^2(\quad) = x^4 -$$

2) $f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$: 4차식 \leq 기울기 있는 1차식 선
4차식 기울기만쭈 숫자

3) 중요한 정보 : 선은 딱 하나 4차식 위의점 $x=t$ 에서 $y=f(t)$ 를 지난다. 그 위에서의 접선의 방정식~?

4) $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$ 하게 하래
쉽게 말하면 0~2에서 직선의 y높이가 위에 있으란 말야~
구간을 나눠 생각해보자

<p>① 0보다 작은 곳에서 t가 있어서 거기 접선은? (0~2 구간에서 직선이 아래야.) no</p> <p>② 0~2 사이인 곳에서 t가 있어서 거기 접선은? (앞쪽에선 긴가민가, 볼록한데 뒤에선 직선이 위야.)</p> <p>③ 2보다 큰 곳에서 t가 있어서 거기 접선은? (0~2 구간에서 직선이 아래야.) no</p>	
---	--

5) $f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$ 다시 식개념 으로 기울기 구하지

$$f(x) = x^2(x-2)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

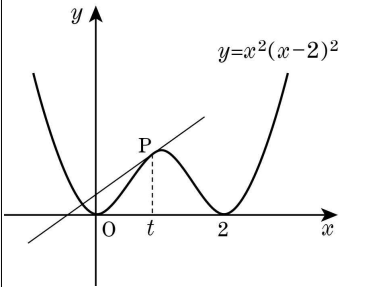
$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$$

$$f'(t) = 4t^3 - 12t^2 + 8t = 4t(t^2 - 3t + 2)$$

$$x=t \text{에서 기울기는} = 4t(t-1)(t-2)$$

$$x=t \text{에서 위의점은} f(t) = t^2(t-2)^2$$

6) 접선의 방정식 이쁘게 정리해 보자

$y = (\text{기울기})(x-t) + (\text{위의점}y)$ $y = (4t)(t-1)(t-2)(x-t) + t^2(t-2)^2$	
--	---

7) 만족시키는 실수 t 의 집합은 $\{t \mid p \leq t \leq q\}$ 이다. $36pq$ 구급하다

그런데 그림보고 눈치를 채보니 좀 앞에서는 안되는 이유는 원점!

접선이 $x=0, y=0$ 을 지나는 그 t 가 구급해~

$$y = (4t)(t-1)(t-2)(x-t) + t^2(t-2)^2$$

$$0 = (4t)(t-1)(t-2)(-t) + t^2(t-2)^2$$

$$0 = t^2(t-2)\{-4(t-1) + (t-2)\} \quad : \text{식정리는 앞으로 묶어}$$

$$0 = t^2(t-2)\{-4t + 4 + t - 2\}$$

$$0 = t^2(t-2)\{-3t + 2\} \quad t = \frac{2}{3}$$

8) 좌우 대칭이니까 접선이 $x=2, y=0$ 을 지나는 그 t 가 구급해~

$$t = \frac{4}{3}$$

9) 실수 t 의 값의 범위는 $\frac{2}{3} \leq t \leq \frac{4}{3}$ 이다.

$$\therefore 36pq = 36 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = 32$$

[가형출제된 수1 문제 정리~]

[기본 로그~]

1. $\frac{1}{2}\log_3 6 - \log_9 2$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ②]

[출제의도] 로그의 밑을 같게 하여 로그의 계산을 한다.

$$\frac{1}{2}\log_3 6 - \log_9 2 = \frac{1}{2}\log_3 6 - \frac{1}{2}\log_3 2 = \frac{1}{2}(\log_3 6 - \log_3 2) = \frac{1}{2}\log_3 \frac{6}{2} = \frac{1}{2}\log_3 3 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\log_3 6 - \log_9 2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{\log 6}{\log 3} - \frac{\log 2}{\log 9} \\ &= \frac{\log 6}{\log 9} - \frac{\log 2}{\log 9} \\ &= \frac{\log 6 - \log 2}{\log 9} = \end{aligned}$$

[행렬 정리하기 유형]

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A = X - B$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ⑤]

[출제의도] 행렬의 기본연산인 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 계산을 한다.

$2A = X - B$ 에서

$$X = 2A + B =$$

바로 2배해 써버림

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 ()이다.

[수1 최고차항의 비~]

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} - 1}{(2^n + 1)(2^n - 1)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2
④ 4 ⑤ 8

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ④]

[출제의도] 무한등비수열의 극한값을 계산한다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} - 1}{(2^n + 1)(2^n - 1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\quad)4^n - 1}{4^n - 1} =$$

[밑이 다른 로그 정리하기]

10. $80^x = 2$, $\left(\frac{1}{10}\right)^y = 4$, $a^z = 8$ 을 만족시키는 세 실수 x, y, z 에 대하여

$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = 1$ 이 성립할 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 64 ③ 96
 ④ 128 ⑤ 160

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ②]

[출제의도] 지수법칙을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구한다.

자주 나오는 바꿔치기를~ $80^{(\log_{\frac{1}{10}} 2)} = 2$

$80^x = 2$ $80^{(\log_{\frac{1}{10}} 2)} = 2$ $x = \log_{80} 2$	$\left(\frac{1}{10}\right)^y = 4$ $y = \log_{\left(\frac{1}{10}\right)} (\quad)$	$a^z = 8$ $z = \log_{(\quad)} (\quad)$
$x = \frac{\log 2}{\log 80}$	$y = \frac{\quad}{\log \frac{1}{10}}$	$z = \quad$

주어진 식은 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = 1$

$$\frac{1}{\frac{\log 2}{\log 80}} + \frac{2}{\frac{\quad}{\log \frac{1}{10}}} - \frac{1}{\quad} = 1$$

$$\frac{\log 80}{\log 2} + \frac{2 \log \frac{1}{10}}{2 \log 2} - \frac{\log a}{\log 8} = 1$$

$$\frac{\log 80}{\log 2} + \frac{\log \frac{1}{10}}{\log 2} - \frac{\log a}{\log 8} = 1 \qquad \frac{\log 8}{\log 2} - \frac{\log a}{\log 8} = 1$$

다나왔음~ 양수 a 의 값은?

[별표별표 행렬 원하는 모양으로 정리~]

11. 역행렬을 갖는 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A + A^{-1} = E$
 (나) $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

행렬 A 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ②]

[출제의도] 행렬의 연산법칙과 역행렬의 뜻을 이해하여 행렬의 성분의 합을 구한다.

1) 계획을 세우자 $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ 를 알려줬으니

$$A \begin{pmatrix} 2 & & \\ 3 & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & & \\ 5 & & \end{pmatrix} \text{ 구해서 구하면 되지}$$

2) (가)의 양변에 행렬 A 를 곱하면 $A^2 + E = A$

$A^2 + E = A$ 이거의 의미가 뭐니?

$(A^2 + E) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $AA \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} =$ $AA \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$	<p>결국 우리가 원하는것?</p> $AA \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $A \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
---	--

3) 이제 다했다 구하자~

$$A \begin{pmatrix} 2 & & \\ 3 & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & & \\ 5 & & \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} =$$

따라서 행렬 A 의 모든 성분의 합은 13이다.

[급수의 형태-극한]

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $n < a_n < n+1$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] Σ 의 성질과 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

$n < a_n < n+1$ 이런 기호 나왔고.. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k$ 나왔으니까 아무래도

무한대 가면 같다부등호 규칙!!

$n < a_n < n+1$ 에서

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2}$$

$\sum_{k=1}^n (k) = \frac{\quad}{2}$	$\sum_{k=1}^n (k+1) = \frac{\quad}{2} +$
--------------------------------------	--

$$\sum_{k=1}^n k < \sum_{k=1}^n a_k < \sum_{k=1}^n (k+1) \text{ 이므로}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} < \sum_{k=1}^n a_k < \frac{n(n+1)}{2} + n$$

$$\frac{n(n+1)}{2n^2} < \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k < \frac{n(n+1)}{2n^2} + \frac{1}{n}$$

무한대 가면 같다부등호 최고차항의 비

[무한등비급수 완전별표 완전가능]

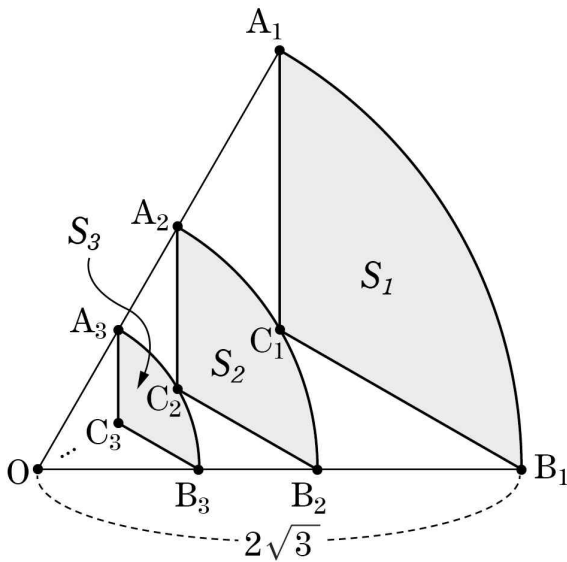
13. 그림과 같이 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고 $\angle A_1OB_1 = 60^\circ$ 인 부채꼴 A_1OB_1 이 있다.

세 점 A_1, O, B_1 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_1OB_1 의 무게중심을 C_1 이라 할 때, 두 선분 A_1C_1, B_1C_1 과 호 A_1B_1 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

점 O 를 중심으로 하고 점 C_1 을 지나는 원이 두 선분 OA_1, OB_1 과 만나는 점을 각각 A_2, B_2 라 하자. 세 점 A_2, O, B_2 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_2OB_2 의 무게중심을 C_2 라 할 때, 두 선분 A_2C_2, B_2C_2 와 호 A_2B_2 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자.

점 O 를 중심으로 하고 점 C_2 를 지나는 원이 두 선분 OA_2, OB_2 와 만나는 점을 각각 A_3, B_3 이라 하자. 세 점 A_3, O, B_3 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_3OB_3 의 무게중심을 C_3 이라 할 때, 두 선분 A_3C_3, B_3C_3 과 호 A_3B_3 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2\pi - \sqrt{3}$ ② $2\pi - 2\sqrt{3}$ ③ $2\pi - 3\sqrt{3}$
- ④ $3\pi - 3\sqrt{3}$ ⑤ $3\pi - 4\sqrt{3}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ④]

[출제의도] 도형의 답을 이용하여 무한급수의 합을 구한다.

점 C_1 은 정삼각형 A_1OB_1 의 무게중심이므로 삼각형 A_1OC_1 의 넓이와 삼각형 C_1OB_1 의 넓이는 각각 삼각형 A_1OB_1 의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 이다. 따라서 삼각형 C_1OB_1 의 넓이는 $\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{3})^2 = \sqrt{3}$ 이다.

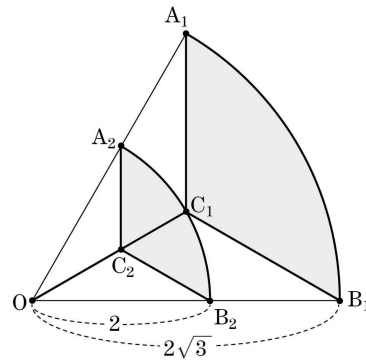
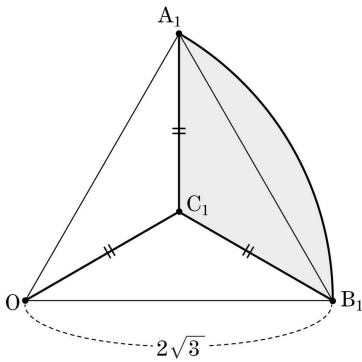
S_1 은 부채꼴 A_1OB_1 의 넓이에서 두 삼각형 A_1OC_1 , C_1OB_1 의 넓이를 뺀 값이므로

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3} = 2\pi - 2\sqrt{3}$$

부채꼴 A_1OB_1 과 부채꼴 A_2OB_2 의 넓음비는 $2\sqrt{3} : 2 = \sqrt{3} : 1$ 이므로 넓이의 비는 $3 : 1$ 이다.

따라서 수열 $\{S_n\}$ 은 첫째항이 $2\pi - 2\sqrt{3}$, 공비가 $\frac{1}{3}$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{2\pi - 2\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 3\pi - 3\sqrt{3}$$



한변의 길이가 $(2\sqrt{3})$ 인 부채꼴 $1/6$ 쪽 넓이

$$\pi \left(\frac{1}{6} \right)^2 \cdot (2\sqrt{3})^2 =$$

한변의 길이가 $(2\sqrt{3})$ 인 정삼각형의 $2/3$ 넓이 빼짐

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (2\sqrt{3})^2 \cdot \left(\frac{2}{3} \right) =$$

초항

$$S_1 = 2\pi - 2\sqrt{3}$$

(처음한변길이 $2\sqrt{3}$)(길이비? $1/3$) = (나중한변길이 2)

넓이비 = $1/3$

$$\therefore \frac{a}{1-r} = \frac{2\pi - 2\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}} =$$

[로그 식정리]

14. 신경세포 또는 근육세포와 같은 대부분의 세포에서는 흥분하지 않은 상태에서 세포의 외부와 내부의 전위차가 생기는데 이것을 휴지전위라고 한다.

세포의 외부와 내부의 칼륨이온 농도(단위는 mM)가 각각 $[K^+]_O$, $[K^+]_I$ 일 때의 휴지전위 (단위는 mV)를 E_K 라 하면 등식 $E_K = t(\log[K^+]_O - \log[K^+]_I)$ (단, t 는 양의 상수이다.)

$[K^+]_O$	$[K^+]_I$	E_K
a	b	p
$10a$	b	$p+60$
10^2a	$\sqrt{10}b$	$p+q$

가 성립한다. $[K^+]_O$, $[K^+]_I$, E_K 의 값이 표와 같을 때, 실수 q 의 값은? [4점]

- ① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 로그로 나타내어진 실생활 문제를 해결한다.

$$E_K = t \log \frac{[K^+]_O}{[K^+]_I} \text{ 이므로 } p = t \log \frac{a}{b} \quad \text{따라서 } p+q = t \log \frac{10^2 a}{\sqrt{10} b}$$

$$\text{또, } p+60 = t \left(1 + \log \frac{a}{b} \right) = t \left(\frac{3}{2} + \log \frac{a}{b} \right)$$

$$= t + t \log \frac{a}{b} = \frac{3}{2} t + p$$

$$= t + p \quad \therefore q = \frac{3}{2} t = \frac{3}{2} \cdot 60 = 90$$

$$\therefore t = 60$$

$$E_K = t(\log[K^+]_O - \log[K^+]_I)$$

1식 대입) $p = t(\log(\quad) - \log(\quad))$

2식 대입) $p + 60 = t(\log(\quad) - \log(\quad))$ 이쁘게

3식 대입) $p + q = t(\log(\quad) - \log(\quad))$ 이쁘게

실수 q 의 값은?

[식정리하고 칸채우기]

17. 일반항이 $a_n = \frac{n(n+1)}{2} (n=1, 2, 3, \dots)$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에서

a_n 의 값이 6의 배수인 항들을 작은 것부터 차례로 나열한 수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때,

다음은 $\sum_{k=1}^{4n} b_k$ 를 구하는 과정이다.

$a_{n+12} - a_n = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $a_{n+12} - a_n$ 은 6의 배수이다. ㉠

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ 중에서 6의 배수인 것은 $a_3 = 6, a_8 = 36, a_{11} = 66, a_{12} = 78$ 이므로 $b_1 = a_3, b_2 = a_8, b_3 = a_{11}, b_4 = a_{12}$ 이다. ㉡

㉠, ㉡에서

$$b_{4n-3} = a_{12n-9} = 6(4n-3)(3n-2)$$

$$b_{4n-2} = a_{12n-4} = 6(3n-1)(4n-1)$$

$$b_{4n-1} = \boxed{\text{(나)}}$$

$$b_{4n} = 6n(12n+1)$$

따라서 $\sum_{k=1}^{4n} b_k = \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(다)}}) = \boxed{\hspace{2cm}}$

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(n), h(k)$ 라 할 때, $f(1)+g(2)+h(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 552 ② 558 ③ 564
 ④ 570 ⑤ 576

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] 증명 과정을 이해하여 빈 칸에 들어갈 식을 구한다.

1) $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$ 라 할 때, $f(1)+g(2)+h(1)$

$$a_{n+12} - a_n = \boxed{\text{(가)}} \text{이므로}$$

$$a_{n+12} - a_n = \frac{(n+12)(n+13)}{2} - \frac{n(n+1)}{2} \quad a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{그냥 바로 1대입 } f(1) = \frac{(1+12)(1+13)}{2} - \frac{1(1+1)}{2} =$$

$$f(1) = 90$$

2) $a_3 = 6$, $a_8 = 36$, $a_{11} = 66$, $a_{12} = 78$ 이므로

$b_1 = a_3$, $b_2 = a_8$, $b_3 = a_{11}$, $b_4 = a_{12}$ 이다. $\dots\dots \textcircled{C}$ 순환을 이해하자

	$n=1$	$n=2$	$n=3$
$b_{4n-3} = a_{12n-9} = 6(4n-3)(3n-2)$	$b_1 = a_3 = 6$	$b_5 = a_{15} =$	$b_9 = a_{27} =$
$b_{4n-2} = a_{12n-4} = 6(3n-1)(4n-1)$	$b_2 = a_8 = 36$	$b_6 = a_{20} =$	$b_{10} = a_{32} =$
$b_{4n-1} = \boxed{\text{(나)}}$	$b_3 = a_{11} = 66$	$b_7 = a_{23} =$	$b_{11} = a_{35} =$
$b_{4n} = 6n(12n+1)$	$b_4 = a_{12} = 78$	$b_8 = a_{24} =$	$b_{12} = a_{36} =$

즉 빈칸은?

$$b_{4n-1} = a_{12n-1} = 6n(12n-1)$$

$$g(2) = 12(23) = 276$$

3) 빈칸은 사실 $\therefore \sum_{k=1}^{4n} b_k = \sum_{k=1}^n (b_{4k-3} + b_{4k-2} + b_{4k-1} + b_{4k}) = \sum_{k=1}^n 6(48k^2 - 24k + 7) = 6(16n^3 + 12n^2 + 3n)$

4개씩 n세트 하는건데 ~ 식정리 안하고 대입만 해도됨

$$\text{따라서 } \sum_{k=1}^{4n} b_k = \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(다)}}) = \boxed{}$$

$$h(1) = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 =$$

$$f(1) + g(2) + h(1) = 90 + 276 + 186 = 552$$

[행렬 문자정리]

18. 두 이차정사각행렬 A, B 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $BA+B = E$
 (나) $A^2B = A+E$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- <보 기>
- ㄱ. 행렬 B 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. 행렬 AB 의 모든 성분의 합은 -2 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ⑤]

[출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 행렬의 성질에 대한 명제의 참·거짓을 판정한다.

ㄱ. 조건 (가)에서

$$BA+B = E \quad \text{이렇게 묶어지지! } B(A+E) = E \quad \text{이므로 } B^{-1} = A+E \quad (\text{참})$$

ㄴ. 역행렬 때문에 바꿔쓰기가 가능하므로 (참)

$$(A+E)B = AB+B = E$$

$$AB = BA$$

$$AB = BA = E - B$$

ㄷ. 행렬 AB 의 모든 성분의 합은 -2 이다? 어떻게 E관련인가...

ㄷ. $A^2B = A+E$ 정리해 보면?

$$A^2B = A(AB) = A(E-B) = A - AB = A + E$$

$$\therefore AB = -E = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 AB 의 모든 성분의 합은 -2 이다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

[급수정의]

21. 자연수 n 에 대하여 다음 시행을 한다.

n 이 홀수이면 n 에서 1을 빼고,
 n 이 짝수이면 n 을 2로 나눈다.

자연수 n 이 1이 될 때까지 반복한 시행의 횟수를 a_n 이라 정의하자. 예를 들어

$a_7 = 4, a_8 = 3$ 이다. $S_n = \sum_{k=2^n}^{2^n+3} a_k$ 라 할 때, S_{50} 의 값은? (단, $a_1 = 0$ 이다.) [4점]

- ① 200 ② 201 ③ 202 ④ 203 ⑤ 204

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ⑤]

[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 식의 값을 구한다.

1	$a_1 = 0$	5→4→2→1	$a_5 = 3$
2→1	$a_2 = 1$	6→3→2→1	$a_6 = 3$
3→2→1	$a_3 = 2$	7→6→3→2→1	$a_7 = 4$
4→2→1	$a_4 = 2$	8→4→2→1	$a_8 = 3$

궁금한것 $S_{50} = \sum_{k=2^{50}}^{2^{50}+3} a_k$

2^{50}	$a_{2^{50}} = 50$
$2^{50} + 1 \rightarrow 2^{50} \rightarrow$	$a_{2^{50}+1} = 51$
$2^{50} + 2 \rightarrow (2^{49} + 1) \rightarrow 2^{49} \rightarrow$	$a_{2^{50}+2} = 51$
$2^{50} + 3 \rightarrow 2^{50} + 2 \rightarrow (2^{49} + 1) \rightarrow 2^{49} \rightarrow$	$a_{2^{50}+3} = 52$

$\therefore S_{50} = 50 + 51 + 51 + 52 =$

[등차수열의 등차]

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1=4$, $a_2+a_3=17$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 13]

[출제의도] 등차수열의 뜻을 이해하여 등차수열의 항을 구한다.

$$a_2 + a_3 = 17$$

$$(a + d) + (\quad) = 17$$

$$d =$$

$$a_4 = a + 3d =$$

[수열에 규칙을 발견]

26. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$, $a_2=1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+2} - a_{2n} = 1$
 (나) $a_{2n+1} - a_{2n-1} = 0$

$a_{100} + a_{101}$ 의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 51]

[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 항의 값을 구한다.

수열 $\{a_n\}$ 의 각 항을 구하면 다음과 같다.

(가) $a_{2n+2} - a_{2n} = 1$

(나) $a_{2n+1} - a_{2n-1} = 0$

n = 1 일 때~	n = 2 일 때~	n = 3 일 때~
$a_4 - a_2 = 1$	$a_6 - a_4 = 1$	$a_8 - a_6 = 1$
$a_3 - a_1 = 0$	$a_5 - a_3 = 0$	$a_7 - a_5 = 0$
$a_4 = 2$	$a_6 = 3$	$a_8 = 4$
$a_3 = 1$	$a_5 = 1$	$a_7 = 1$

$a_{100} =$

$a_{101} =$

따라서 $a_{100} + a_{101} =$

[부분분수합 대입 or 식으로]

27. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n = \frac{6n}{n+1}$ 이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1})$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 9]

[출제의도] 수열의 합 S_n 과 일반항 a_n 의 관계를 이해하여 무한급수의 합을 구한다.

$S_n = \frac{6n}{n+1}$ $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{6n}{n+1} - \frac{6(n-1)}{n} = \frac{6n^2 - 6(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{6}{n(n+1)} \quad (n \geq 2)$ $a_1 = S_1 = 3$ $\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = 6 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = 6 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$ $= 6 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = 6 \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 9$	<p>[다른풀이1]</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n}{n+1} = 6$ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6(n+1)}{n+2} = 6$ $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (a_k + a_{k+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n a_{k+1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} (S_n + S_{n+1} - a_1) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n + \lim_{n \rightarrow \infty} S_{n+1} - a_1 = 6 + 6 - 3 = 9 \quad (\because a_1 = S_1 = 3)$	<p>[다른풀이2]</p> $a_n + a_{n+1} = (S_n - S_{n-1}) + (S_{n+1} - S_n) = S_{n+1} - S_{n-1} = \frac{6(n+1)}{n+2} - \frac{6(n-1)}{n} = \frac{6n(n+1) - 6(n-1)(n+2)}{n(n+2)} = \frac{12}{n(n+2)}$ $a_1 + a_2 = S_2 = 4 \text{ 이므로}$ $a_n + a_{n+1} = 6 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \quad (n \geq 1)$
---	--	--

$$S_n = \frac{6n}{n+1}$$

필요한걸로 나타내지

$a_1 = \frac{6}{1+1} = \frac{6}{2}$	$a_1 = 3$	
$a_1 + a_2 = \frac{6 \cdot 2}{2+1} = \frac{12}{3}$	$a_2 = 1$	$a_1 + a_2 = 6 \left(\frac{2}{3} - 0 \right) = 6 \left(\frac{2}{3} \right)$
$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{6 \cdot 3}{3+1} = \frac{18}{4}$	$a_3 = \frac{7}{2}$	$a_2 + a_3 = 6 \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) = 6 \left(\frac{2}{8} \right)$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{6 \cdot 4}{4+1} = \frac{24}{5}$	$a_4 =$	$a_3 + a_4 = 6 \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right) = 6 \left(\frac{2}{15} \right)$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{6 \cdot 5}{5+1} = \frac{30}{6}$	$a_5 =$	$a_4 + a_5 = 6 \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right) = 6 \left(\frac{2}{24} \right)$

계속 더하는 의미를 알겠음~~

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = 6 \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{8} + \frac{2}{15} + \frac{2}{24} + \dots \right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = 6 \left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \dots \right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = 6(2) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) = 6 \left(\frac{3}{2} \right) = 9$$

[로그함수의 값구하기]

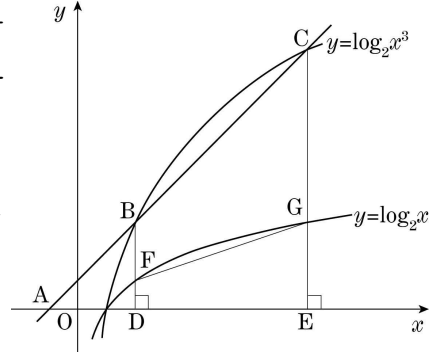
29. 그림과 같이 x 축 위의 한 점 A 를 지나는 직선이 곡선 $y = \log_2 x^3$ 과 서로 다른 두 점 B, C 에서 만나고 있다.

두 점 B, C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, 두 선분 BD, CE 가 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 F, G 라 하자.

$\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ 이고, 삼각형 ADB 의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일

때, 사각형 $BFGC$ 의 넓이를 구하시오.

(단, 점 A 의 x 좌표는 0보다 작다.) [4점]

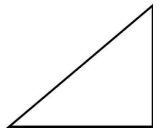
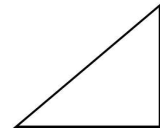


[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 24]

[출제의도] 로그함수와 도형의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.

길이로 해도 된다

빗변 k  $BD = t$	빗변 $3k$  $CE = 3t$
삼각형 ADB 의 넓이가 $\frac{9}{2}$	삼각형 ACE 의 넓이가 $\frac{81}{2}$
바닥 기준 $BFED$	사각형 $BFGC$
$\frac{1}{2}(t + 3t)(\overline{DE}) = \frac{72}{2} = 36$ $2t = 36$	$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}(t) + \frac{2}{3}(3t)\right)(\overline{DE}) = \frac{2}{3} \cdot 36 = 24$

[나형 수학1 문제 정리~]

[역행렬은 금방 구하지]

4. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $\frac{1}{2}A$ 의 역행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ⑤]

[출제의도] 역행렬의 성질을 이해하여 역행렬을 구한다.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} =$$

$$\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1} = (\quad)A^{-1} \quad \text{여기가 중요~}$$

$$2A^{-1} =$$

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 ()이다.

[수렴하면 그 끝가로는 빵]

5. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ①]

[출제의도] 수렴하는 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 과 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 관계를 이용하여 극한값을 구한다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 이므로 계속 더한것이?

맨 끝항쯤 가면 ? $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$
(가장 중요한 정의!!)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1} = \frac{\quad}{\quad} =$$

[이외의 해를 갖도록~ 행렬5형제 5번]

6. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$$

가 $x=1, y=1$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] 행렬로 나타내어진 연립방정식의 해가 무수히 많을 조건을 구한다.

1) 바꿔쓰자~~

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

$x=1, y=1$ 이외의 해를 갖도록 : $X=$, $Y=$ 이외의 해를 갖도록

2) 행렬을 푼다. 앞으로 보낸다.

$$\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} - k \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) 비정상, $ad-bc=0$

따라서 $\begin{pmatrix} 1-k & 2 \\ 4 & 3-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 에서

정리~

따라서 구하는 모든 실수 k 의 값의 합은 4이다.

[지수방정식 특수한 경우 별표별표]

7. 지수방정식 $5^{2x} - 5^{x+1} + k = 0$ 이 서로 다른 두 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ②]

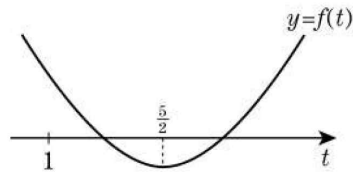
[출제의도] 지수방정식의 풀이 방법을 이해하여 두 양의 실근을 가질 조건을 구한다.

$5^x = t$ 로 치환하면 주어진 방정식은

$$t^2 - 5t + k = 0 \dots \textcircled{㉠}$$

$x > 0$ 이면 $t > 1$ 이므로 주어진 방정식이 서로 다른 두 양의 실근을 가지려면 ㉠이 1보다 큰 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

$f(t) = t^2 - 5t + k$ 라 놓으면 $y = f(t)$ 의 그래프는 다음과 같아야 한다.



$$f(1) = 1 - 5 + k > 0 \dots \textcircled{㉡}$$

$$(\text{판별식}) = 25 - 4k > 0 \dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢} \text{에서 } 4 < k < \frac{25}{4}, k = 5, 6$$

따라서 구하는 정수 k 의 개수는 2이다.

1) 우선 이런건 바로 치환이지

$$5^{2x} - 5^{x+1} + k = 0 \quad : \quad t^2 - (\quad)t + k = 0$$

2) 일단 2개 실근 갖으세요 조건으로

$$25 - \quad > 0$$

2) 꼭지점은 아마도 $x = \frac{5}{2}$ 가운데 인데, 양의근 가지라고?

$x > 0 \quad 5^x > \quad$ 별표별표. 즉 $t > 1$ 를 가지삼!

$f(t) = t^2 - 5t + k$ 라고 하고

$$f(1) = \quad > 0$$

3) 정리하고 나면~ $4 < k < \frac{25}{4}$

따라서 구하는 정수 k 의 개수는 ()이다.

[등차중항 로그정리]

8. 세 수 $1, \log_2(2^x+1), \log_2(4^x-1)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 x 의 값을 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[3점]

- ① $0 < \alpha < 1$ ② $1 < \alpha < 2$ ③ $2 < \alpha < 3$
 ④ $3 < \alpha < 4$ ⑤ $4 < \alpha < 5$

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ②]

[출제의도] 등차중항의 뜻을 이해하여 로그방정식의 해를 구한다.

세 수 $1, \log_2(2^x+1), \log_2(4^x-1)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

(가운데 두배) = (앞) + (뒤)

$$2\log_2(2^x+1) = 1 + \log_2(4^x-1)$$

$$\log_2(2^x+1)^2 = \log_2(\quad) + \log_2(4^x-1) \quad \text{로그로 정리~ 안에따면}$$

$$(2^x+1)^2 = 2(4^x-1) \quad \text{귀찮으니 t치환 펼쳐~}$$

$$(t+1)^2 = 2(t^2-1)$$

$$t = 2^x = \quad \quad \quad x = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2}$$

다음 중 가능한 보기는?

- ① $0 < \alpha < 1$ ② $1 < \alpha < 2$ ③ $2 < \alpha < 3$
 ④ $3 < \alpha < 4$ ⑤ $4 < \alpha < 5$

[계차수열의 정의]

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = 2^{n-5} + n$$

을 만족시킬 때, $a_{10} - a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 44 ③ 48
④ 52 ⑤ 56

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ④]

[출제의도] 계차수열의 뜻을 이해하여 두 항의 차를 구한다.

$a_{n+1} - a_n = b_n$ 으로 놓으면

$$a_{10} - a_7 = (a_{10} - a_9) + (a_9 - a_8) + (a_8 - a_7) = b_9 + b_8 + b_7 = (2^4 + 9) + (2^3 + 8) + (2^2 + 7) = 52$$

해보자~ 1부터~

$$a_{n+1} - a_n = 2^{n-5} + n$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_2 - a_1 = 2^{1-5} + 1 = \text{요건 } b_1$$

$$n = 2 \text{ 일 때, } a_3 - a_2 = 2^{2-5} + 2 =$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } a_4 - a_3 = 2^{3-5} + 3 =$$

$$n = 4 \text{ 일 때, } a_5 - a_4 = 2^{4-5} + 4 =$$

아 계차구만...

$a_{10} - a_7$ 궁금하다고 함

$$a_{10} = a_1 + \sum_{k=1}^{10} (b_k) = a_1 + (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10})$$

$$a_7 = a_1 + \sum_{k=1}^7 (b_k) = a_1 + (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_7)$$

누구납니? $b_k = 2^{k-5} + k$

$$a_{10} - a_7 = b_7 + b_8 + b_9 = (\quad) + (\quad) + (\quad) =$$

[시그마 정리할줄 아니?]

15. n 이 자연수일 때, x 에 대한 방정식

$$\sum_{k=0}^n (x-k)^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2$$

의 0이 아닌 해를 $x = a_n$ 이라 하자. a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] Σ 의 성질을 이용하여 Σ 로 나타내어진 방정식의 해를 구한다.

$$\sum_{k=0}^n (x-k)^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2 \text{에서} \quad x^2 - \sum_{k=1}^n 4kx = 0, \quad x^2 - 4x \sum_{k=1}^n k = 0$$

$$x^2 + \sum_{k=1}^n (x-k)^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2 \quad x^2 - 4x \cdot \frac{n(n+1)}{2} = 0$$

$$x^2 + \sum_{k=1}^n \{(x-k)^2 - (x+k)^2\} = 0 \quad x \neq 0 \text{이므로 } x = 2n(n+1) = a_n$$

$$\therefore a_{10} = 20 \cdot 11 = 220$$

주의주의 0부터래~

$$\sum_{k=0}^n (x-k)^2 = \sum_{k=0}^n (x^2 - 2xk + k^2) = x^2 + \sum_{k=1}^n (x^2 - 2xk + k^2)$$

$$\sum_{k=1}^n (x+k)^2 = \sum_{k=1}^n (x^2 + 2xk + k^2)$$

근데 두개가 같대 뭐가 같다?

$$x^2 + nx^2 - 2x \sum_{k=1}^n (k) + \sum_{k=1}^n (k^2) = nx^2 + 2x \sum_{k=1}^n (k) + \sum_{k=1}^n (k^2)$$

사실 이렇게 해도 똑같아

$$x^2 - 4x \sum_{k=1}^n (k) = 0$$

$$x^2 - 4x \left(\frac{n(n+1)}{2} \right) = x \left\{ x - 2n(n+1) \right\}$$

0 말고 또다른근?

$$x =$$

$$n = 10 \quad \text{일때} \sim a_{10} = x =$$

[정의를 묻는 지수&로그]

16. 등식 $2^a = 5^b$ 을 만족시키는 양의 실수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $b = \frac{1}{2}$ 이면 $a = \log_4 5$ 이다.

ㄴ. $2 < \frac{a}{b} < 3$

ㄷ. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 은 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] 지수와 로그의 성질을 이해하여 명제의 참·거짓을 판정한다.

ㄱ. $2^a = 5^b$ 에서 $b = \frac{1}{2}$ 이면

$$2^{(\quad)} = \sqrt{5}, \quad a = \log_2 \sqrt{5} = \frac{\log \sqrt{5}}{\log 2} = \frac{\frac{1}{2} \log 5}{\log 2} = \frac{\log 5}{\log 4} \quad (\text{참})$$

ㄴ. $2^a = 5^b$ 에서 $\frac{a}{b}$ 를 찾아내려면 앞으로 묶기

$$(2^a)^{\frac{1}{b}} = (5^b)^{\frac{1}{b}} = \quad \quad \quad 2^{\frac{a}{b}} = 5$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \log_2 5 = 2.XXX \quad (\text{참})$$

ㄷ. $2^a = 5^b = k \ (k > 1)$ 뭔지는 모르지만~ 달라지지~k에 따라~

$$a = \log_2 k = \frac{\log k}{\log 2} \quad \quad \quad b = \log_5 k = \frac{\log k}{\log 5}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\log 2}{\log k} + \frac{\log 5}{\log k} = \frac{\log 10}{\log k}$$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 은 유리수도 가능하지~

[부분분수합]

19. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 네 직선 $x=1$, $x=n+1$, $y=x$, $y=2x$ 로 둘러싸인 사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n}$ 의 값은? [4점]

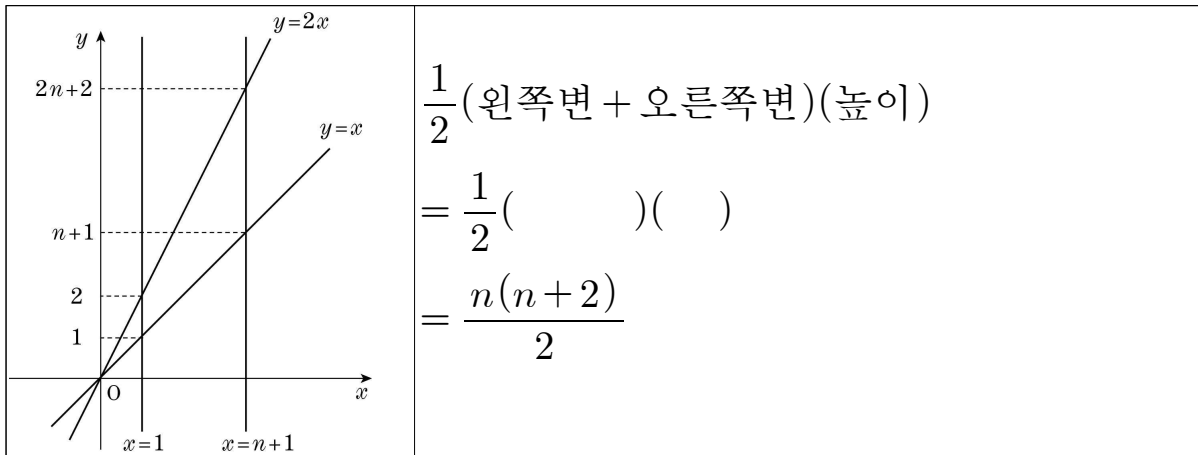
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] 도형의 넓이를 나타내는 수열을 구한 후 부분분수로 변형하여 무한급수의 합을 구한다.

네 직선 $x=1$, $x=n+1$, $y=x$, $y=2x$ 로 둘러싸인 사각형은?
 도형 그리고 색칠하자~



결국 이걸 구하래~

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)} = \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \dots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n} = (2) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\quad + \quad \right) =$$

[지표가수 관련 작년 3월, 수능 등에 출제]

20. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

(가) $[\log_3 n] = 3$
 (나) $[\log n^2] = [\log 2n] + 2$

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ④]

[출제의도] 상용로그의 지표의 성질을 이용하여 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.

1) 일단 가부터 보자~ $[\log_3 n] = 3, \log_3 n = 3.XXX$

$n = 27, 28, 29, 30, 31, 32, \dots, 80$

2) 이건 상용로그구나 : $[\log n^2] = [\log 2n] + 2$ 확인하자~

왼쪽 오른쪽 중에 좀더 쉬운것 기준으로 나눠봄 앞기준~

$\log(2n) = 1.XXX \quad n = 27, 28, 29, 30, 31, 32, \dots, 49$

식에서 오른쪽의미 $2\log n = 3.XXX$	$3 \leq \log n^2 < 4$ 의미는 제한한계 1000~10000	$3 \leq 2\log n < 4$ $\frac{3}{2} \leq \log n < 2$ $10\sqrt{10} \leq n < 100$
--------------------------------	---	---

$n = 32, \dots, 49 \quad (18\text{개})$

$\log(2n) = 2.XXX \quad n = 50, 51, 52, 53, \dots, 80$

식에서 오른쪽의미 $2\log n = 4.XXX$	$4 \leq \log n^2 < 5$ 의미는 제한한계 10000~100000	$4 \leq 2\log n < 5$ $2 \leq \log n < \frac{5}{2}$ $100 \leq n < 100\sqrt{10}$
--------------------------------	---	--

$n = \text{없음} \quad (0\text{개})$

따라서 구하는 자연수 n 의 개수는 18이다.

[지수식 제공하여 정리하기]

23. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 10$ 을 만족시키는 양수 a 에 대하여 $a + a^{-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 98]

[출제의도] 지수법칙을 이해하여 식의 값을 구한다.

$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 10$ 에서 주어진 정보

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \right) = 10$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \right) = a + 1 + 1 + \frac{1}{a} =$$

$$a + a^{-1} =$$

[로그함수 이동]

24. 함수 $y = \log_3\left(\frac{x}{9} - 1\right)$ 의 그래프는 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 것이라 할 때, $10(m+n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 70]

[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 로그함수의 그래프를 평행이동시킨 그래프의 식을 구한다.

$$y = \log_3\left(\frac{x}{9} - 1\right)$$

$$y = \log_3\left\{(x - \quad)\left(\frac{1}{9}\right)\right\}$$

$$y = \log_3(x - 9) + \log_3\left(\frac{1}{9}\right)$$

$$y = \log_3(x - 9) - (\quad)$$

x 축의 방향으로 얼마만큼?

y 축의 방향으로 얼마만큼?

$$10(m + n) =$$

[행렬그래프]

25. 꼭짓점의 개수가 5인 그래프 G 의 연결 관계를 나타내는 행렬을 P 라 할 때, 행렬 P 의 (i, j) 성분 a_{ij} 는 다음과 같다.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & (i+j \text{가 짝수일 때}) \\ 1 & (i+j \text{가 홀수일 때}) \end{cases} \quad (i=1, 2, 3, 4, 5, \quad j=1, 2, 3, 4, 5)$$

그래프 G 의 변의 개수를 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 36]

[출제의도] 그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬의 뜻을 이해하여 그래프의 변의 개수를 구한다.

조건에 따라 행렬 P 를 구하면 다음과 같다.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

전체 안의 합 =

선갯수는 반띵 =

$$m^2 =$$

[수열의 극한 묶어서 표현하기]

28. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5b_n) = 3$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n + b_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 23]

[출제의도] 수렴하는 수열에 대한 극한의 성질을 이해하여 극한값을 구한다.

1) 이해하기 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ 엄청크다

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$$

3) 나눌수 있다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 5b_n}{a_n} = 0 \quad 2 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5b_n}{a_n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5b_n}{a_n} = 2 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{2}{5}$$

4) 같은걸로 표현하자

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n + b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 3\left(\frac{b_n}{a_n}\right)}{1 + \left(\frac{b_n}{a_n}\right)} = \frac{2 + 3\left(\frac{2}{5}\right)}{1 + \left(\frac{2}{5}\right)}$$

$$\therefore p + q =$$

[급수 규칙발견]

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 P_n, Q_n 을 다음 규칙대로 잡는다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- (나) 점 P_n 을 x 축의 방향으로 n 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 점은 Q_n 이다.
- (다) 점 Q_n 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 점은 P_{n+1} 이다.

점 Q_n 의 좌표를 (a_n, b_n) 이라 할 때, $a_{21} + b_{21}$ 의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 462]

[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 항의 값을 구한다.

점 P_n, Q_n 의 좌표는 다음과 같다.

	Q _n 의 x 좌표 기준	Q _n 의 y 좌표 기준
P ₁ (0, 0), Q ₁ (1, 1)		
P ₂ (0, 2), Q ₂ (2, 4)	$a_1 = 1$	$b_1 = 1$
P ₃ (1, 5), Q ₃ (4, 8)	$a_2 = 1 - 1 + 2$	$b_2 = 1 + 1 + 2$
P ₄ (3, 9), Q ₄ (7, 13)	$a_3 = 1 - 1 + 2 - 1 + 3$	$b_3 = 1 + 1 + 2 + 1 + 3$
P ₅ (6, 14), Q ₅ (11, 19)	$a_4 = 1 - 1 + 2 - 1 + 3 - 1 + 4$	$b_4 = 1 + 1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 4$
P ₆ (10, 20), Q ₆ (16, 26)		
⋮		

$$a_{21} = -20 + \sum_{k=1}^{21} k = \qquad \qquad \qquad = 211$$

$$b_{21} = +20 + \sum_{k=1}^{21} k = \qquad \qquad \qquad = 251$$

$$a_{21} + b_{21} =$$

[2012.03.14 서울교육청 고3 모의고사 가형-수2]

총 3점X9 4점X6개	수학2 범위	+ 가능
04(3)	sin cos 공식	
05(3)	무리방정식 범위별 무연근 중요	
06(3)	sin cos 공식	
07(3) ☺	삼차함수 공식으로 무한대, 극값정의	
08(4) ☺☺	그림보고 근찾는 문제	
09(3) ☺	속도가 반대방향 ~ 곱해서 마이너스	
15(3) ☺☺	ln의 미분 정의	
16(4) ☺	0.001, -0.001, 0 으로 연속 판단하기	
19(4) ☺	절대값있을 때, 식 고치기 한 후 미분	
20(4) ☺☺☺☺☺	그림주어지고 liit 하는 문제	
23(3)	접선의 방정식	
24(3) ☺	다항함수와 로피탈	
25(3) ☺	분수부등식 정리	
28(4) ☺☺☺	합성함수의 최대값	
30(4) ☺☺☺☺☺	고난이도 4차식과 접선	

총 2점X3,3점X4,4점X8	수학1 범위	+ 가능
01(2)	로그정리	공
02(2)	행렬연산	공
03(2)	극한 최고차항	공
10(3) ☺	로그 밑이 다를때 정리	공
11(4) ☺	주어진 정보로 행렬 A 알아내기	공
12(3) ☺	부등호 양쪽에 있을때 극한가면 같다부등호	공
13(4) ☺☺☺☺☺	무한급수의 수렴	공
14(4) ☺	로그 식 3개 세워서 정리	공
17(4) ☺☺☺☺☺	귀납법 칸채우기	공
18(4) ☺☺☺	행렬의 문자정리	공
21(4) ☺☺☺	급수의 정의	공
22(3)	등차수열	공
26(3) ☺☺	수열 규칙발견	공
27(4) ☺☺☺☺☺	부분분수합	공
29(4) ☺☺☺	로그함수에서 삼각형, 사다리꼴 넓이 표현	공

[2012.03.14 서울교육청 고3 모의고사 나형-수1]

총 3점X9 4점X6개	수학1 범위	+ 가능
04(3)	역행렬	
05(3)	급수가 수렴할때 극한값은 영	
06(3)	이외의 해를 가질때, 행렬 5형제 5번	
07(3) ☺☺	지수방정식 정리	
08(4) ☺☺	등차수열과 로그 정리	
09(3) ☺	계차수열의 정의	
15(3) ☺☺☺☺☺	시그마를 잘 정리하는법	
16(4) ☺☺☺	로그, 지수의 성질	
19(4) ☺☺☺	도형의 넓이로 부분분수합	
20(4) ☺☺☺☺☺	지표가수의 성질을 이용한, 자연수의 갯수	
23(3)	지수식 제공하여 정리하기	
24(3)	로그함수의 이동	
25(3)	행렬그래프 변의 갯수	
28(4) ☺	수열의 극한 묶어서 표현하기	
30(4) ☺☺☺	급수 규칙발견	