

나는 수학 기출 분석을 이렇게 했다.

물음1. 수학 기출 분석은 왜 하는가?

답1)

이 질문에는 정말 다양한 답들이 있다. 나는 이렇게 생각한다.

“평가원에 대해 알기 위해서”
“좋은 문제로 실력을 키우기 위해서”
“수능에 나왔던 문제들이니까”

사실 3번째 답만으로도 이미 기출을 풀고 분석을 해야 하는 이유는 충분하다고 생각한다. 하지만, 막상 기출을 열심히 풀고 분석을 하려고 하면 어찌면 좋을지 감이 오지 않는다.

물음2. 기출 분석은 어떻게 하면 좋을까?

답2)

나는 이렇게 생각했다.

“이에 대한 답은 없고,
그냥 내가 이 문제에 대해서 최대한 자세하게 풀이를 하자.”

“내가 하는 해석, 쓰는 식 하나하나에 의미를 부여해보자.”

사실이게 제가 과외를 준비하면서, 수업하면서 항상 스스로 다짐하는 내용입니다. 사실 생각보다 수학 기출 분석에 너무 스트레스받을 필요가 없습니다. 핵심은 문제를 자신 있고 깔끔하게 풀수있느냐입니다. 이게 완성된다면 기출 분석은 끝난거죠. (약간의 밑밥입니다..ㅎ)

제가 기출 분석을 했던 방법을 보여드리겠습니다.

20년도 9월 평가원 나형 21번입니다. 풀어보셨다면 그냥 보시구 안풀어 보셨다면 먼저 풀어봐주세요.

21. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면 $h'(x) = g(x)$ 이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면

$$\int_0^1 g(x) dx = -1$$
이다.
 ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

음..문제부터 읽어볼까?

$f(x)$ 는 별개 없고.. $g(x)$ 가 좀 중요할거 같은데.

$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$ 라.. 어? 혹시 $f(x)$ 앞에 1이 생략된 형태인 건가? 그러면 $g(x) = \{(x-1)f(x)\}'$ 이겠구나.

ㄱ. 머야 이미 생각했던거자나. OK

ㄴ. $f(-1) = 0, f'(-1) = 0$ 을 준거고.. 적분은 ㄱ을 이용해서 풀면 쉽게 풀 수있겠는데? $f(x)$ 에 대한 식이 2개 있으니까 a,b구하고 계산만 해주면 답이 나오겠다.

Ok

ㄷ. $f(0) = 0$ 이니까 $b = 0$ 이다. $g(x)$ 에 대해서 묻고 있네 ㄱ,ㄴ에서 $g(x)$ 를 계속 $(x-1)f(x)$ 의 도함수로 해석해왔으니까 이번에도 그렇게 풀자.
(근데 '적어도 하나의 실근을 갖는다' → 이 멘트는 사이값 정리나 롤의 정리 멘트인데..)

일단 범위에서는 양 끝값이 경계값이니까 대입부터 해볼까? $(x-1)f(x)$ 에 $x = 0, x = 1$ 을 대입하면 둘 다 0이구나!! 아 그래서 $f(0) = 0$ 이라는 조건을 준거구나. 둘 다 0이니까 롤의 정리에 의해서 접선의 기울기가 0이 되는 순간이 존재하겠나. 따라서 $g(x) = 0$ 이 존재하겠구나.

OK

여기까지가 제 풀이입니다. (저 때가 현역 시절인데 저는 가형을 응시해서 실전 풀이는 아니지만, 최대한 처음 푼다고 생각하고 풀었습니다.)

여기서 저는 풀이를 끝내지 않고 제 풀이를 되돌아봤습니다.
문제의 포인트를 찾고 사고가 어려웠던 부분을 찾는 일입니다.

음..이 문제는 문제를 읽고 $g(x)$ 에 대한 해석을 γ 을 읽기 전에 할 수 있었는지가 첫 포인트다. 너무 과한 생각인가? 근데 “숨겨진 1 적분하기”는 3점짜리 단독 문제로도 나오는 주제인데 이 정도는 할 수 있어야겠다.

γ 은 $g(x)$ 해석하라고 준 힌트 같은 거구나. 이게 λ 이랑 μ 을 푸는데 결정적인 부분이었으니까 이 해석은 스스로 꼭 할 수 있어야겠다.

λ 은 뭘까..? 왜 낸 걸까? 아, γ 이 워낙 중요하니까 잊지 말라고 강조한 건가? 크게 의미는 없는거 같다. 넘기자.

μ 은 γ 생각 안했으면 못 풀 거 같은데. 이거 도함수로 해석 안 하고 그냥 $g(x)$ 자체로 봤으면... 아찔한데?

일단 여기서는 ‘적어도 하나의 실근’ → 사이값이나 롤의 정리 클리셰라는걸 알아두자.

역시 평가원은 γ, λ, μ 을 엄청 엮어서 내는구나. 그리고 계산 과정을 엄청 깔끔하게 낸다. (이 부분은 기출을 풀면서 느낀점을 재확인하는 부분입니다)

이거보다 좋은 풀이는 없을 거 같은데, 난 이게 켈 잘 맞고 현실적이다.
좋아 다음.