

# [나승민/한성은 모의고사]

| 3월 모의고사 연습 |

## | 나승민 (성균관대 수학과)

이투스 네오

올해는 유튜브 열심히 할게요.

수학에 감각을 더하다.

instagram @cremath\_david

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY

반가워요. 행복한 수험생활 되세요.

[hansungeun.com/texta.html](https://hansungeun.com/texta.html) - 공개 모의고사 페이지

써밋 N제 미적분(2021년) 출간 - 책 사주세요.

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역

5지선다형

1.  $\sqrt{2} \times 2^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

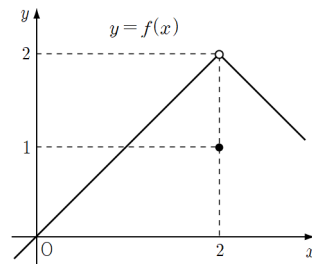
2.  $\cos \frac{3}{2}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① -1                      ②  $-\frac{1}{2}$                       ③ 0  
④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

3. 함수  $y = \log_2 x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼 평행이동한 그래프가 점  $(4, 1)$ 를 지날 때, 상수  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
④ 3                      ⑤ 4

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 2} (x+2)f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8  
④ 10                      ⑤ 12

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + a & (x < 2) \\ 10x + b & (2 \leq x) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $ab$ 의 값은?

[3점]

- ① 20                      ② 24                      ③ 28  
 ④ 32                      ⑤ 36

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 방정식

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

의 두 근이  $a_3$ ,  $a_7$ 이고  $a_9 < 0$ 일 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7

7. 함수  $y = 4\cos\frac{\pi}{8}x$  ( $0 \leq x \leq 16$ )의 그래프 위의세 점 A, B, C에 대하여 두 점 B, C의  $y$ 좌표는 모두 2이다. 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은? [3점]

- ① 32                      ② 36                      ③ 40  
 ④ 44                      ⑤ 48

8. 직선  $x=k$ 와 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=4 \times 2^x$ 이 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 점 Q를 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이 곡선  $y=2^x$ 과 만나는 점을 R라 할 때,  $\overline{PQ}=\overline{QR}$ 이 되도록 하는  $k$ 의 값은? [3점]
- ①  $1-\log_2 3$       ②  $2-\log_2 3$       ③  $3-\log_2 3$   
 ④  $4-\log_2 3$       ⑤  $5-\log_2 3$

10. 넓이가  $10\pi$ 인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여

$$\overline{BC}=2\sqrt{5},$$

$$\tan(\angle ABC)=2$$

일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단,  $\angle BAC$ 는 예각이다.)

[4점]

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                      ⑤ 16

9. 함수  $f(x)=x^3-3x^2+2x$ 과 실수  $t$ 에 대하여 방정식

$$f(x)=\frac{f(t)}{t}x$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든  $t$ 의 값의 합은? [4점]

- ①  $\frac{9}{4}$                       ② 3                      ③  $\frac{15}{4}$   
 ④  $\frac{9}{2}$                       ⑤  $\frac{21}{4}$

11. 원점을 출발하여 움직이는 점 P의 시간  $t(t>0)$ 에서의 가속도  $a(t)$ 가

$$a(t) = 2t + k$$

이다.  $t=3$ 일 때, 점 P는 원점에서 운동 방향을 바꾼다.

점 P의  $t=4$ 일 때의 속도는? [4점]

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
 ④ 3                      ⑤ 4

12. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 모든 자연수  $n$ 과 상수  $c$ 에 대하여

$$c + \sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k} = (a_n)^2$$

가 성립한다.  $c$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{9}{8}$                       ②  $\frac{9}{16}$                       ③  $\frac{9}{32}$   
 ④  $\frac{9}{64}$                       ⑤  $\frac{9}{128}$

13.  $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식

$$2 + \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$$

의 서로 다른 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자.

$\tan \alpha + \tan \beta$ 의 값은? [4점]

- ① -1                      ②  $-\frac{1}{2}$                       ③ 0  
 ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

14. 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = xf(x) - \int_0^x f(t)dt$$

이다. 함수  $y = g(x)$ 가 구간  $(-\infty, a)$ 에서 증가하도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값이 3이고  $g(3) = 9$ 일 때,  $f'(6)$ 의 값은? [4점]

- ① -24                      ② -22                      ③ -20  
 ④ -18                      ⑤ -16

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  
실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) \quad (x \neq 0)$$

이다. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  
 $f(4)$ 의 값은? [4점]

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)}$ 이 존재하지 않는다.

(다) 모든 실수  $a$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 가 존재한다.

- ① 26                      ② 28                      ③ 30  
④ 32                      ⑤ 34

단답형

16. 함수  $f(x) = x(x-2)(x-4)$ 에 대하여  
 $f'(4)$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 두 양의 실수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a^2 b^3 = 1$ 일 때,

$\frac{2\log a + 6\log b}{\log a + 2\log b}$ 의 값을 구하여라. [3점]



18. 등비수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n b_{n+1} = a_{n+1} b_n$$

를 만족시킨다.  $a_6 b_2 = 20$ 일 때,  $a_4 b_4$ 의 값을 구하여라.

[3점]

19. 함수  $f(x) = -x^2 + 2|x| + 3$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라. [3점]

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 최솟값을 구하여라. [4점]

(가)  $a_1 = 5$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 0) \\ 6 - a_n & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

21. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$\log_2 k \leq n - k$$

를 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하여라. [4점]

22.  $f(0) = 0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와 양수  $a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ f(2a-x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \{g'(0)\}^2 + \lim_{x \rightarrow a^+} g'(x) \times \lim_{x \rightarrow a^-} g'(x) = 0$$

(나) 함수  $g(x)$ 가  $x = a_1$ ,  $x = a_2$ ,  $x = a_3$ 에서  
동일한 극댓값 8을 갖는다. ( $a_1 < a_2 < a_3$ )

$\int_0^{2a} g(x) dx = 64$ 일 때,  $f(10)$ 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23.  ${}_2\Pi_2 + {}_3H_2$ 의 값은? [2점]

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
④ 16                      ⑤ 18

24. 문자 A, A, B, B, C, D, E를 모두 사용하여 만든 7자리 문자열 중에서 C와 D가 이웃하는 문자열의 개수는? [3점]

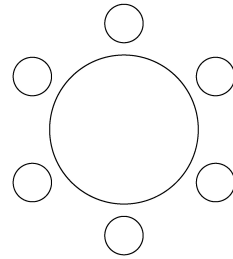
- ① 330                      ② 360                      ③ 390  
④ 420                      ⑤ 450

25.  $(x^3 + ax)^5$ 의 전개식에서  $x^9$ 의 계수가 80일 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                              ③  $\frac{3}{2}$   
 ④ 2                              ⑤  $\frac{5}{2}$

26. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

(가) A와 B는 이웃한다.  
 (나) B와 C는 서로 마주보게 앉는다.



- ① 4                              ② 6                              ③ 8  
 ④ 10                            ⑤ 12

27. A, B, C, D의 문자가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드와 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, D가 적힌 카드는 문자가 적혀 있는 카드들 중에서 가장 오른쪽에, 3이 적힌 카드는 숫자가 적혀 있는 카드들 중에서 가장 오른쪽에 나오게 나열되는 경우의 수는? [3점]

- ① 315            ② 350            ③ 385  
④ 420            ⑤ 455

28. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드를 세 명의 학생에게 나눠줄 때, 어느 학생도 카드에 적힌 수의 합이 5가 되지 않는 경우의 수는? (단, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

- ① 51            ② 54            ③ 57  
④ 60            ⑤ 63

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를 구하여라. [4점]

(가)  $a+b+c+d=16$

(나)  $(a-2)(b-2)(c-2)(d-2) < 0$

30. 집합  $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라. [4점]

(가)  $i=1, 2, \dots, 5$ 일 때,  $f(i-1) \leq f(i)$ 이다.

(나) 함수  $f$ 의 치역의 모든 원소의 합은 6이다.

# 수학 영역(미적분)

5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 2 \cdot 3^{2n}}{2^n + 9^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4                      ② 9                      ③ 10  
④ 16                      ⑤ 18

24. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$4n - 2 < a_n < 4n + 2$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n a_k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$   
④ 2                      ⑤  $\frac{5}{2}$

25. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \left( a_k - \frac{4^{k+1}}{2^k + 2^{2k+1}} \right) = 1 + \frac{1}{n}$$

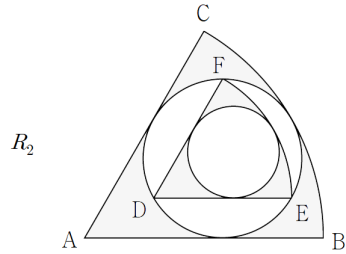
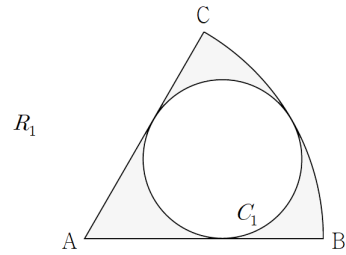
일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1})$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{8}{5}$                       ②  $\frac{9}{5}$                       ③ 2
- ④  $\frac{11}{5}$                       ⑤  $\frac{12}{5}$

26. 그림과 같이 중심이 A이고 반지름의 길이가 1, 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 ABC가 있다. 두 선분 AB, AC와 호 BC에 모두 접하는 원  $C_1$ 을 그리고 부채꼴 ABC의 내부와 원  $C_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 원  $C_2$  위의 세 점 D, E, F에 대하여 중심이 D인 부채꼴 DEF의 중심각의 크기는  $\frac{\pi}{3}$ 이다. 그리고 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 부채꼴 DEF에 내접하는 원을 그리고 부채꼴 DEF의 내부와 원의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{\pi}{18}$                       ②  $\frac{\pi}{16}$                       ③  $\frac{\pi}{12}$
- ④  $\frac{\pi}{8}$                       ⑤  $\frac{\pi}{6}$



27. 원  $x^2 + y^2 = n^2$ 과 직선  $y = nx$ 의 교점을 P, 점 P에서 원  $x^2 + y^2 = n^2$ 에 그은 접선의 x절편을 Q라 하자. 점 Q를 중심으로 하고 점 P를 지나는 원 위의 점 R에 대하여  $\overline{OR}$ 의 최솟값을  $d_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} d_n$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                            ⑤ 4

28. 1이 아닌 양의 실수  $a$ 와 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n+1} - ax}{x^{2n} + 1}$$

에 대하여 방정식  $f(x) = 1$ 의 실근을  $g(a)$ 라 하자.

$g\left(\frac{1}{2}\right) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -1                      ②  $-\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④ 1                        ⑤  $\frac{3}{2}$

단답형
-----

29.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2+(-1)^n}{4} \right\}^n = \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라.  
 (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 수열  $\{a_n\}$ 과 모든 자연수  $n$ 에 대하여 두 점  $P_n(n, n^2)$ ,  $Q_n(a_n, a_n^2)$ 은  $\overline{P_nQ_n}=1$ 을 만족시킨다.  
 선분 PQ와 곡선  $y=x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를  $A_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} A_n$ 의 값을 구하여라. (단, 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $n < a_n$ 이다.) [4점]

# 수학 영역(기하)

5지선다형

23. 쌍곡선  $x^2 - y^2 = 8$ 의 두 초점 사이의 거리는? [2점]

- ① 14                      ② 12                      ③ 10  
④ 8                         ⑤ 6

24. 타원  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{6} = 1$ 에 접하고 기울기가  $\frac{1}{2}$ 인 두 직선의

$y$ 절편의 곱은? [3점]

- ① -16                      ② -12                      ③ -9  
④ -6                        ⑤ -4

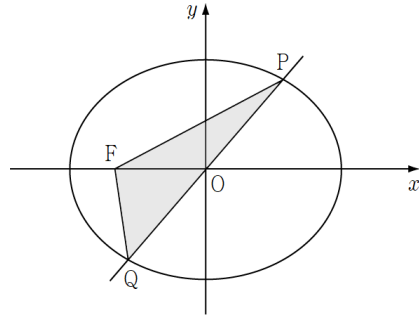
25. 초점이 F인 포물선  $y^2 = 4px$  위의 점 P에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{PH} = \overline{FH} = 8$ 일 때,  $p$ 의 값은? [3점]

- ① 2                      ②  $\frac{7}{3}$                       ③  $\frac{8}{3}$
- ④ 3                      ⑤  $\frac{10}{3}$

26. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 과 원점을 지나는

한 직선이 두 점 P, Q에서 서로 만난다. 타원의 한 초점 F에 대하여  $\overline{FP} = 2\overline{FQ}$ 일 때, 삼각형 FPQ의 넓이는? [3점]

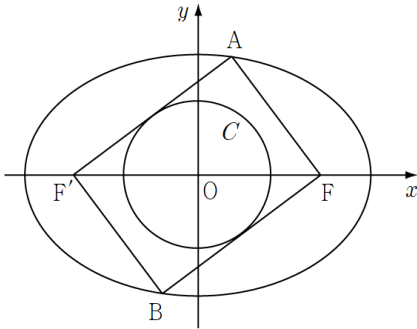


- ①  $\sqrt{14}$                       ②  $\sqrt{15}$                       ③ 4
- ④  $\sqrt{17}$                       ⑤  $3\sqrt{2}$

27. 그림과 같이 두 초점이  $F(5, 0)$ ,  $F'(-5, 0)$ 인 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  위의 두 점 A, B와 원점을 중심으로 하는 원 C가 다음을 만족시킨다.

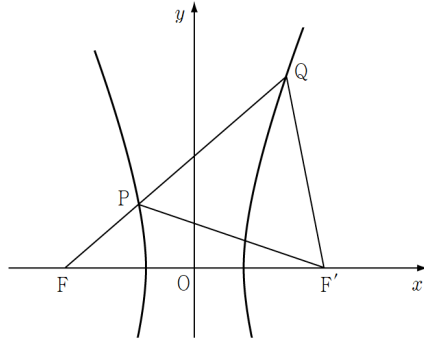
- (가) 두 직선  $AF'$ ,  $BF$ 는 모두 원 C의 접선이다.
- (나) 두 선분  $AF$ 와  $BF'$ 의 길이는 모두 원 C의 지름의 길이와 같다.

사각형  $AFBF'$ 의 넓이가 48일 때, 원 C의 반지름의 길이는? (단, 점 A는 제1사분면의 점이다.) [4점]



- ①  $\frac{13}{3}$
- ② 4
- ③  $\frac{11}{3}$
- ④  $\frac{10}{3}$
- ⑤ 3

28. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 와 쌍곡선 위의 두 점 P, Q에 대하여 점 P는 선분 FQ 위의 점이며, 삼각형 PQF'은 정삼각형이다. 쌍곡선의 점근선의 방정식은? (단, 점 F의 x좌표는 음수이다.) [3점]



- ①  $y = \pm \sqrt{2}x$
- ②  $y = \pm \sqrt{3}x$
- ③  $y = \pm 2x$
- ④  $y = \pm \sqrt{5}x$
- ⑤  $y = \pm \sqrt{6}x$

단답형
-----

29. 점  $(2, -1)$ 에서 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 그은 접선의 개수가 1이고, 이 직선의 기울기가  $\frac{5}{6}$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 원  $(x-4)^2 + y^2 = 1$ 에 외접하고 직선  $x=1$ 에 접하는 원의 중심  $P$ 가 나타내는 곡선을  $C$ 라 하자. 직선  $y=m(x-4)$ 가 곡선  $C$ 와 만나는 두 점을  $A, B$ 에 대하여  $\overline{AB}=9$ 일 때,  $m^2$ 의 값을 구하여라. [4점]

# [나승민/한성은 모의고사 3월 연습 정답표]

## 〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	㉔	02	㉓	03	㉓	04	㉓	05	㉕
06	㉕	07	㉑	08	㉑	09	㉔	10	㉓
11	㉔	12	㉔	13	㉒	14	㉑	15	㉒
16	8	17	6	18	20	19	18	20	16
21	151	22	40						

## 〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉑	24	㉒	25	㉔	26	㉕	27	㉔
28	㉕	29	116	30	50				

## 〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉕	24	㉔	25	㉑	26	㉓	27	㉒
28	㉕	29	268	30	48				

## 〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	㉔	24	㉓	25	㉑	26	㉒	27	㉕
28	㉕	29	20	30	8				

## COMMENT 09

원점에서 접선이  $(t, f(t))$ 를 지날 때,  $t=3$ 이고,

점  $(t, f(t))$ 에서의 접선이 원점을 지날 때,  $t=\frac{3}{2}$ 이다.

## COMMENT 10

사인법칙에서  $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$  이고,  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 에서  $b=4\sqrt{2}$ 이다.

$\angle B$ 에 대한 코사인법칙 돌리면  $c=6$ 이다.

## COMMENT 12

$S_n = an^2 + bn$ 이라 두자. 알지?  $a_n = 2an + b - a$ 이다.

준 식의 좌변은  $a\frac{n(n+1)}{2} + bn + c$ 이고 우변은  $4a^2n^2 + 4a(b-a)n + (b-a)^2$ 이다. 계수비교.

## COMMENT 14

$g'(x) = xf'(x)$ 이므로  $g'(0) = 0$ 이다. 함수  $y = g(x)$ 가 구간  $(-\infty, 3)$ 에서 증가하므로

$x \leq 3$ 에서  $g'(x) \geq 0$ 이다. 따라서  $g'(x)$ 는  $x^2$ 을 인수로 가져야 하고  $f'(0) = 0$ 이다.

$x=3$ 에서  $g'(x)$ 의 부호변화가 일어나므로  $g'(3) = 0$ 에서  $f'(3) = 0$ 이다.

$g'(x) = kx^2(x-3)$ 이고  $g(3) = \int_0^3 g'(x)dx = 9$ 에서  $k = -\frac{4}{3}$ 이다. 따라서  $f'(x) = -\frac{4}{3}x(x-3)$ 이다.

## COMMENT 15

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 이면  $g(x) = cx^3 + bx^2 + ax + 1$ 이다. 조건 (가)에서  $c=0$ 이고

$f(a) = 0$ 이면  $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ 이므로 조건 (다)에서  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ 이다. 따라서  $f(x) = x(x-2)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 이다.

## COMMENT 21

$k=1, k=2, k=4, k=8, \dots$ 인 순간을 췌려면 각각  $n=1, n=3, n=6, n=11, \dots$ 일 때이다.

대충 노가다 뛰어보면  $a_{n+1} - a_n$ 은  $n=1, n=3, n=6, n=11, \dots$ 일 때 0이고 나머지는 1이다.

다시 말해,  $\{a_n\}$ 은,

1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 10, ...

이다. 시그마 대충.

## COMMENT 22

(가)에서 점  $\left(\frac{a}{2}, f\left(\frac{a}{2}\right)\right)$ 는 곡선  $y = f(x)$ 의 꼭짓점이다.

(나)에서  $y = f(x)$ 의 극댓값과  $f(a)$ 의 값이 서로 같다.

비율관계 쳐보면  $y = f(x)$ 는  $x = \frac{a}{4}$ 에서 극대이고,  $x = \frac{3a}{4}$ 에서 극소이다.

$f\left(\frac{3a}{4}\right) = f(0) = 0$ 이므로  $f(x) = kx\left(x - \frac{3a}{4}\right)^2$ 이고 극댓값  $\frac{1}{16}ka^3 = 8$ 이다.

$\int_0^{2a} g(x)dx$ 은 대충 대칭성 췌려보면  $8a$ 이다.  $\int_0^{2a} g(x)dx = 64$ 에서  $a=8$ 이다.



## COMMENT 확률과 통계 28

한 명이 1이 적힌 카드와 4가 적힌 카드만을 가지는 경우의 수는  $3 \times 2^2$ ,  
한 명이 2이 적힌 카드와 3이 적힌 카드만을 가지는 경우의 수는  $3 \times 2^2$ ,  
위의 두 사건이 모두 일어나는 경우의 수는  $3 \times 2$ 이다. 답은  $3^4 - (3 \times 2^2) \times 2 - 3 \times 2$ 이다.

## COMMENT 확률과 통계 29

Case1) 음양양양 :  ${}_4C_1 \times {}_3H_6$   
Case2) 음음음양 :  ${}_4C_3$

## COMMENT 확률과 통계 30

Case1) 치역이  $\{2, 4\}$  :  ${}_2H_4 = 5$ 가지.  
Case1) 치역이  $\{1, 5\}$  :  ${}_2H_4 = 5$ 가지.  
Case3) 치역이  $\{0, 2, 4\}$  :  ${}_3H_3 = 10$ 가지.  
Case4) 치역이  $\{0, 1, 5\}$  :  ${}_3H_3 = 10$ 가지.  
Case5) 치역이  $\{1, 2, 3\}$  :  ${}_3H_3 = 10$ 가지.  
Case6) 치역이  $\{0, 1, 2, 3\}$  :  ${}_4H_2 = 10$ 가지.

## COMMENT 미적분 25

$n=1$ 을 대입하면  $a_1 - \frac{8}{5} = 2$ 에서  $a_1 = \frac{18}{5}$ 이다.  $n \rightarrow \infty$ 를 취하면  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n - \frac{4^{n+1}}{2^n + 2^{2n+1}} \right)$ 가 수렴하므로  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( a_n - \frac{4^{n+1}}{2^n + 2^{2n+1}} \right) = 0$ 에서  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ 이다.  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (a_k - a_{k+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 - a_{n+1}) = \frac{18}{5} - 2 = \frac{8}{5}$

## COMMENT 미적분 26

원  $C_1$ 의 반지름의 길이는  $\frac{1}{3}$ , 부채꼴 DEF의 반지름의 길이는  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 이다. 급수의 첫항은  $\frac{\pi}{18}$ 이다.  
답음비는  $1 : \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 넓이비는  $3 : 1$ , 공비는  $\frac{1}{3}$ 이다.

## COMMENT 미적분 27

$\overline{OQ} = n\sqrt{n^2+1}$ ,  $\overline{PQ} = n^2$ 이므로  $d_n = n\sqrt{n^2+1} - n^2$ 이다.

## COMMENT 미적분 28

함수  $f(x)$ 의 그래프를 그려놓고 살펴보자.

$a > 1$ 이면  $f(x) = 1$ 의 근은  $-ax = 1$ 에서  $x = -\frac{1}{a}$ 이므로  $g(2) = -\frac{1}{2}$ 이고,

$-1 < a < 1$ 이면  $f(x) = 1$ 의 근은  $ax = 1$ 에서  $x = \frac{1}{a}$ 이므로  $g\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ 이다.

## COMMENT 미적분 29

$$\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \dots = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{16}} + \frac{\frac{9}{16}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{163}{105}$$

## COMMENT 미적분 30

$(a_n - n)^2 + (a_n^2 - n^2)^2 = 1$ 에서  $(a_n - n) = \frac{1}{\sqrt{1 + (a_n + n)^2}}$ 이다.

$$A_n = \frac{1}{6}(a_n - n)^3 = \frac{1}{6}\{1 + (a_n + n)^2\}^{-\frac{3}{2}}$$

이고 대충  $1 + (a_n + n)^2$ 은  $4n^2$ 이므로 답은 48이다.

※ 대충 :  $n < a_n < n+1$ 이므로 대충.

## COMMENT 기하 28

$\overline{QF'} = l$ 이라 하자. 점 Q가 쌍곡선 위의 점이므로  $\overline{PF} = 2a$ 이고

점 P가 쌍곡선 위의 점이므로  $\overline{PF} = l - 2a$ 이다. 따라서  $l = 4a$ 이다.

삼각형 QFF'에서 코사인 돌리면  $\overline{FF'} = \sqrt{7}a$ 이다.

쌍곡선 그거에서  $c^2 = a^2 + b^2$  치면  $b = \sqrt{6}a$ 이다. 점근선의 방정식은  $y = \pm \frac{b}{a}x$ 이다.

## COMMENT 기하 29

쌍곡선에 하나의 접선을 그을 수 있는 점은 쌍곡선 위 또는 쌍곡선의 점근선 위의 점이다.

쌍곡선 위의 점이라면 기울기가 음수가 되어야 한다. 따라서 점 (2, -1)은 쌍곡선의 점근선 위의 점이다.

$\left|\frac{b}{a}\right| = \frac{1}{2}$ 이므로  $a^2 = 4b^2$ 이다.  $\frac{x^2}{4b^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 그은 기울기  $\frac{5}{6}$ 인 접선의 방정식은  $y = \frac{5}{6}x \pm \sqrt{\frac{25}{36}(4b^2) - b^2}$ 이고,

얘가 점 (2, -1)을 지나므로  $b^2 = 4$ 이다.  $a^2 = 16$ , 답은 20이다.

## COMMENT 기하 30

원의 반지름의 길이를  $r$ 이라 하면 점 P에서 점 F(4, 0)까지의 거리와 점 P에서  $y$ 축까지의 거리는 모두  $r+1$ 이다.

따라서 곡선 C는 점 F를 초점으로 하고  $y$ 축을 준선으로 하는 포물선  $y^2 = 8(x-2)$ 이다.

$\overline{FA} = a$ ,  $\overline{FB} = b$ 라 하면,  $a+b=9$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$ 이므로  $\{a, b\} = \{3, 9\}$ 이다.  $m = \pm 2\sqrt{2}$ 이다.