

출제자

정다음

- 현) 메가스터디 러셀 (강남)
- 현) 메가스터디 러셀 (부천)
- 현) 땅수학 연구실
- 개념원리 인강 (imath.tv)

양민석

- 고려대학교 사범대학
- 현) Qulup 수능 수학 콘텐츠 팀장
- 현) 땅수학 연구실
- iBex Forge 저자 (저서 '파블로프 모의고사' 등)

김서천

- 고려대학교 수학교육과
- 현) 땅수학 연구실

출제 범위 - 2024학년도 대학수학능력시험 수학 영역 범위

위 시험지는 수험생들이 '2024학년도 대학수학능력시험 수학 영역'을 준비하는데 있어 도움을 주고자 제작되었습니다.
모든 문항의 저작권은 '땅수학 연구실'에 있으며 연구실의 허락 없이 문항을 상업적으로 이용하는 행위,
문항을 수정하거나 편집하여 2차 창작물로 만드는 행위 등을 금합니다.

문항의 이용을 원하시거나 모의고사 출제 관련 문의사항이 있으신 경우
math_dding@hanmail.net 로 연락주시기 바랍니다.

2019년부터 2023년까지 MC THE MATH 수학 모의고사에 많은 관심 가져주셔서 감사합니다.
저희 땅수학 연구실 일동은 이번 2024학년도 수능 대비 모의고사를 마지막으로
MC THE MATH 모의고사 무료배포를 마무리하게 되었습니다.

저희가 하는 이 무료배포 활동을 좋게 봐주시고 응원과 격려를 주신 모든 분들에게 진심으로 감사했었습니다.
다음주 목요일에 있을 여러분의 마지막 시험에서 좋은 결과 거두시기를 꼭 기도하겠습니다.
마지막까지 포기하지 마시고, 수능 대박 나시기바랍니다.
감사합니다.

제 2 교시

수학 영역

ΣΣ! 수학 연구실

5지선다형

1. $2^{2+\sqrt{8}} \times 4^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = 2x^4 - x^2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은? [2점]
- ① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

3. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} n & (n < 11) \\ -n + 8 & (n \geq 11) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① -25 ② -20 ③ -15 ④ -10 ⑤ -5

4. 곡선 $y = x^2 - 2x - 2$ 와 직선 $y = -x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]
- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

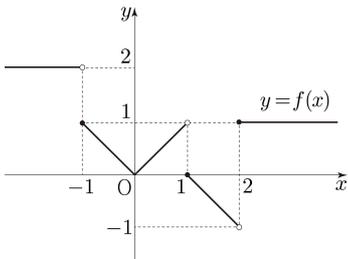
2

수학 영역

5. $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin(-\theta) + 1 = 3\cos^2\theta$ 일 때,
 $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

6. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(-x) + \lim_{x \rightarrow 2} |f(x)|$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_a(4x-3), \quad y = \log_{\sqrt{a}}x$$

가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 직선 AB가 점 $(-1, -6)$ 을 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① $3^{\frac{1}{6}}$ ② $3^{\frac{1}{5}}$ ③ $3^{\frac{1}{4}}$ ④ $3^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{1}{2}}$

8. 곡선 $y = x^3 - 2x + 1$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선과
 곡선 $y = x^4 + ax - 1$ 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선이
 서로 평행할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_{-1}^x f(t) dt = (x-1)f(x) + 2x^3 - ax^2$$

을 만족시킬 때, $a + f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

10. x 에 대한 방정식

$$|3^{-x+1} - 7| = k$$

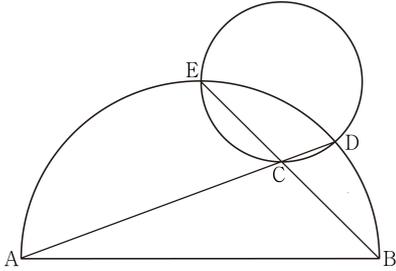
의 서로 다른 양의 실근의 개수가 1이 되도록 하는
 모든 정수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

11. 그림과 같이

$$\overline{AB}=4, \overline{AC}=\sqrt{10}, \sin(\angle BAC)=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 반원과 두 직선 AC, BC가 만나는 점을 중 A, B가 아닌 점을 각각 D, E라 하자.



다음은 삼각형 CDE의 외접원의 넓이를 구하는 과정이다.

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{BC}^2 = 4^2 + (\sqrt{10})^2 - \boxed{\text{(가)}}$$

이고, 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BC}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{\sin(\angle ABC)}$$

이므로 $\angle ABC = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

직각삼각형 ABE에서

$$\overline{BE} = \overline{AB} \times \cos(\boxed{\text{(나)}})$$

이고, $\overline{CE} = \overline{BE} - \overline{BC}$, $\angle ABE = \angle CDE$ 이므로
삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 할 때,
삼각형 CDE에서 사인법칙에 의하여

$$2R = \frac{\overline{CE}}{\sin(\angle CDE)}$$

이다. 따라서 삼각형 CDE의 외접원의 넓이는

$$\pi R^2 = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,

$\frac{p \times q}{r}$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x)\}^2 - |x|g(x) = 1 - |x|$$

를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 의 최솟값이 -1 일 때,

$\int_{-3}^3 xg(x)dx$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

13. 수직선 위의 점 A(1)과 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 상수 a 에 대하여 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = 4t^3 - 12t^2 - at \quad (a > 0)$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 점 P에 대하여 시각 $t=0$ 에서의 점 P의 위치의 최솟값은? [4점]

시각 $t=4$ 에서만 두 점 A, P 사이의 거리가 최소이고, 이때 거리의 최솟값은 자연수이다.

- ① 122 ② 124 ③ 126 ④ 128 ⑤ 130

14. 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $k \geq 3$ 인 어떤 자연수 k 에 대하여

$$S_{k+1} = a_{k-1} + a_{k+2}, \quad S_{k+2} = 6k$$

일 때, $k + S_{10}$ 의 값은? [4점]

- ① 81 ② 82 ③ 83 ④ 84 ⑤ 85

15. 양수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = -x^4 + x^3 + t|x| - t$$

이다. 구간 $(-\infty, 0)$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 극대일 때, $g(t) > -1$ 이다.
 ㄷ. 함수 $g(t)$ 는 $t=7$ 에서 최솟값 -2 를 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 + 7$ 이고 $f(0) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 3, \quad (a_2 \times a_6)^{\frac{1}{3}} = 4$$

일 때, $16 \times a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x) = (x-2)(x-k)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 n 의 개수가 2이도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하십시오. [3점]

$f(n)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것은 존재하지 않는다.

20. $0 < a < 2\pi$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \sin(x-a) + 2$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 는 구간 $(0, \pi)$ 에서 최댓값 M , 최솟값 m 을 갖고 $M \times m = 5$ 이다.

$\cos a + \tan a = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하십시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

19. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x+1)^2 f(x) = 2x^3 + ax + b$$

를 만족시킬 때, $ab - f(-1)$ 의 값을 구하십시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$ 이다.

(나) $a_3 = a_5$

$\sum_{k=1}^{50} ka_k = 20$ 일 때, $100 \times a_7$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. $f(3) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$|f(x)| = \begin{cases} 2g(x) & (x < 0) \\ x - g(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $f'(2) > 0$ 일 때, $f'(0) + g(-3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

23. 일곱 개의 문자 a, a, a, a, a, b, c 를 모두 일렬로 나열할 때, b 와 c 가 서로 이웃하도록 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

24. 서로 배반인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = P(B) - \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = 3P(A)$$

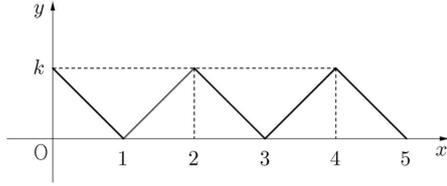
일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 5$ 이고 확률변수 X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P\left(\frac{1}{k} \leq X \leq 4\right)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

26. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.
 (나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 2$ 이다.

- ① 330 ② 360 ③ 390 ④ 420 ⑤ 450

27. 정규분포 $N(4, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 같은 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자. 상수 k 에 대하여

$$P(\bar{X} \geq k) = P\left(\bar{Y} \geq k + \frac{1}{2}\right)$$

일 때, $P(\bar{X} \leq 2k+1) + P(\bar{Y} \leq 2k)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 1.7262 ② 1.7605 ③ 1.8041
 ④ 1.8301 ⑤ 1.8644

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

28. 주머니에 숫자 1, 2, 3이 적힌 공이 각각 2개씩 들어 있다. 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 a 라 하자.
 a 가 소수이면
 주머니에서 임의로 a 개의 공을 동시에 꺼내고,
 a 가 소수가 아니면
 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.
 꺼낸 모든 공에 적혀 있는 수의 최솟값을 b 라 하자.

$a \times b$ 가 짝수일 때, $a + b \geq 6$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{53}$ ② $\frac{15}{53}$ ③ $\frac{17}{53}$ ④ $\frac{19}{53}$ ⑤ $\frac{21}{53}$

단답형

29. 수직선의 원점에 점 P가 있다. 세 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 n 번 반복한 후 점 P의 좌표를 X 라 하자.

세 개의 동전을 동시에 던져
앞면이 하나도 나오지 않으면 점 P를 양의 방향으로
2만큼 이동시키고,
앞면이 적어도 하나 나오면 점 P를 음의 방향으로
1만큼 이동시킨다.

$E(X) = -30$ 일 때, $V(2X)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c+d+e=10$

(나) $\frac{a+b+c+d}{d+e+1}$ 는 2 이상의 자연수이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi+x)}{\ln(x+1)}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

24. $\int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

수학 영역(미적분)

25. 모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4n+1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{2}$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

26. 함수 $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{n+3k}{n^3}} f\left(\frac{n+3k}{n}\right)$ 의

값은? [3점]

- ① $\frac{2(e^2-2e)}{3}$ ② $\frac{2(e^2-e)}{3}$ ③ $\frac{2e^2}{3}$
④ $\frac{2(2e^2-e)}{3}$ ⑤ $\frac{4(e^2-e)}{3}$

27. 양수 k 에 대하여 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수

$f(x) = k \sec x - k$ 가 있다. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = t$ 와 만나는 점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 할 때,

$g'(k) = 1$ 이다. $k \times g'(\frac{\sqrt{3}}{3})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{6}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{12}$

28. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = |a_n - 2|$$

이라 할 때, 수열 b_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_3 = b_4$
 (나) $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - 2) = a_1 - 12$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

수학 영역(미적분)

단답형

29. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \ln x + \int_1^e f(x) \ln x^2 dx$$

를 만족시킬 때, $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x} dx = p + qe$ 이다. $4 \times (p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

30. 최솟값이 양수이고 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 이 있다. x 에 대한 방정식

$$g(x) = g'(t)(x-t) + g(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 t 가 $-4, k, k^2+1$ 뿐일 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 양수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.