

제 2 교시

2016학년도 대학수학능력시험 직전 모의평가 문제지

수학 영역(A형)

성명

수험번호

○ 자신이 선택한 유형('A'형 / 'B'형)의 문제지인지 확인하십시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

첫눈 오는 날 만나자고 약속하는 사람들 때문에 첫눈은 내린다.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('A'형 / 'B'형), 답을 정확히 표기하십시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2015년 10월 10일 시행 Epsilon 모의고사 3회 (A형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

10학번 : 최원재

11학번 : 양종현

12학번 : 양한솔 황성문

13학번 : 김찬호 오인수 오현주

14학번 : 고정민 김민지 서재현 이다운 임현우

15학번 : 김효석 오민지 유정훈 이상민 최문영 최봉규

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(A형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} + 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

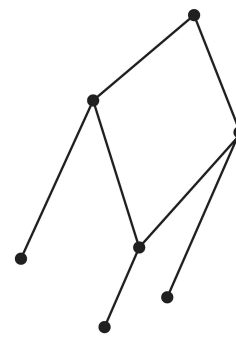
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A - B$ 의 모든 성분의 합이 3일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = x^2 + 4x + 12$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 7 ② 14 ③ 21 ④ 28 ⑤ 35

5. 함수 $f(x) = ax^2 + 3x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h} = 14$ 일

때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

6. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = d$ 일 때, $\frac{a_8}{a_4}$ 의
값은? (단, $d > 0$) [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

7. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

8. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(6, \frac{1}{6}\right)$ 을 따르고,

$$P(X=2) = kP(X=1)$$

일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 5 이하의 자연수 a 에 대하여 x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ -3 & a-5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

의 해가 오직 $x=0, y=0$ 뿐일 때, 모든 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

10. 전체 인구 중 전염병에 감염되었던 사람의 비율이 p 인 두 질병 A, B의 전염속도를 v , 회복력을 r 라고 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{v}{r} = k \frac{\log(1-p)}{p} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

전체 인구 중 전염병에 감염되었던 사람의 비율이 $\frac{3}{4}$, 회복력이 $\frac{1}{3}$ 인 질병 A의 전염속도를 v_A , 감염되었던 사람의 비율이 $\frac{1}{2}$,

회복력이 $\frac{1}{9}$ 인 질병 B의 전염속도를 v_B 라 하자. $\frac{v_A}{v_B}$ 의 값은?

[3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, $a_{n+1} - a_n = 2n$ ($n \geq 1$)일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

12. 어느 고등학교에서 실시하는 아침 운동 활동에 참여하는 남학생, 여학생의 인원수는 표와 같다.

(단위: 명)

구분	남학생	여학생
아침운동 참여	210	60
아침운동 불참	90	140

이 학교의 학생 500명 중 임의로 선택한 한 학생이 아침 운동에 참여하지 않을 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{9}{23}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{14}{23}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2n}{n+1} \right) = 3$$

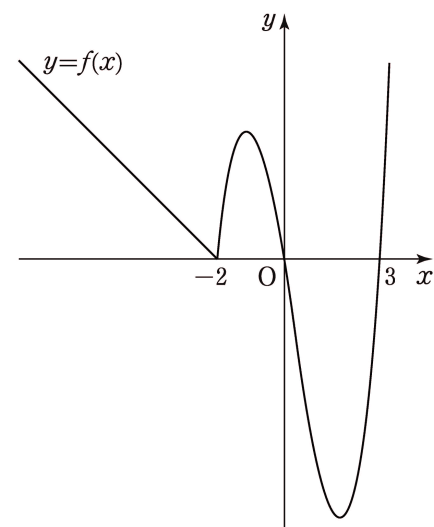
일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x-2 & (x < -2) \\ x(x+2)(x-3) & (x \geq -2) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 함수 $g(k)$ 를 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=k$ 가 만나는 점의 개수라 할 때, 함수 $g(k)$ 의 불연속인 점의 개수는? [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수가 같은 주사위의 개수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 의 값은? (단, 주사위에 적힌 숫자가 모두 다른 경우 $X=0$ 이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

16. 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$, $a_2=4$ 이고,

$$(a_{n+1})^2 = 2a_n a_{n+2} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변을 $a_n a_{n+1}$ 로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 \cdot \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} \quad (n \geq 1)$$

이다. $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ 이라 하면 $b_1=2$ 이고

$$b_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times b_n$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = 2 \times \left\{ \boxed{\text{(가)}} \right\}^{n-1}$$

이다.

$$a_n = a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \dots \times \frac{a_n}{a_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 a_n 을 구하면

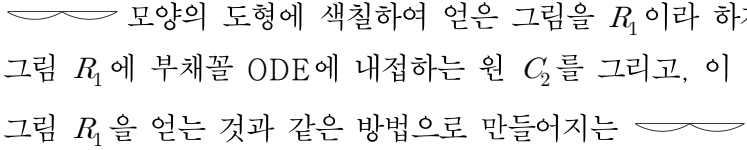
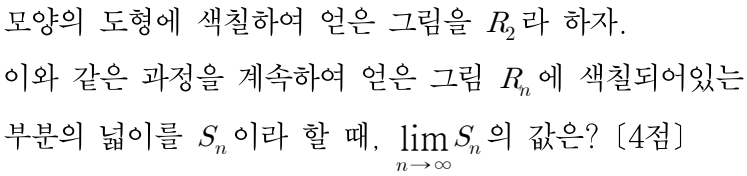
$$a_n = 2^n \times \left(\frac{1}{2} \right)^{\boxed{\text{(나)}}} \quad (n \geq 1)$$

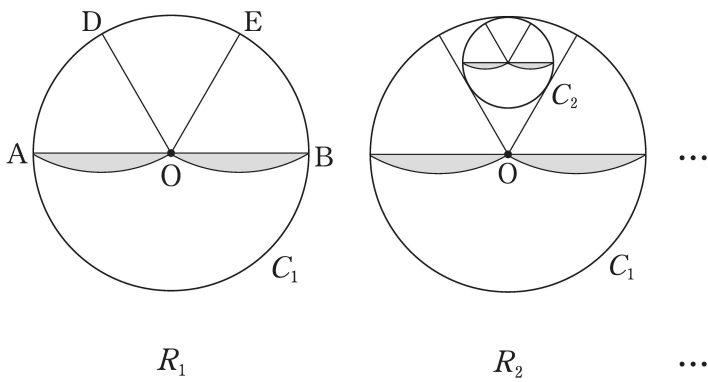
이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할

때, $\frac{1}{p} \times f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 42 ② 49 ③ 56 ④ 63 ⑤ 70

17. 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 C_1 이 있다. 그림과 같이 호 AB 를 삼등분하는 점을 각각 D, E 라 하고, 중심이 D 이고 반지름의 길이가 \overline{OD} 인 부채꼴 DAO 를, 중심이 E 이고 반지름의 길이가 \overline{OE} 인 부채꼴 EOB 를 그린다. 부채꼴 DAO 의 호 AO 와 선분 AO 로 둘러싸인 부분과, 부채꼴 EOB 의 호 OB 와 선분 OB 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 부채꼴 ODE 에 내접하는 원 C_2 를 그리고, 이 원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 그림 R_n 에 색칠되어있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9}{8} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ② $\frac{9}{8} \left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$ ③ $\frac{9}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
 ④ $\frac{9}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$ ⑤ $\frac{9}{4} \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

18. 다음 조건을 만족하는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

- (가) $a \times b \times c \times d = 2^2 \times 3^2$
 (나) $a \times b$ 는 3의 배수가 아니다.

- ① 21 ② 24 ③ 27
 ④ 30 ⑤ 33

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2B + A = E, \quad A^3 + A - E = BA^2$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $4B^3 + 2B = -E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 함수 $f(x) = 3x^2 + 6x$ 에 대하여 함수 $g(a)$ 를

$$g(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{ak}{n}\right)$$

라 하자. 함수 $g(a)$ 의 극댓값을 M , 극솟값을 m 이라 할 때,
 $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

(가) 부등식 $f(x) \leq -3x$ 를 만족하는 실수 x 는 오직 0과 양수 k 뿐이다.
 (나) $f(2) = -2$
 (다) 함수 $f(x)$ 는 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{12x}{x^2 - 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 양수 a 에 대하여 $\int_0^a (4x^3 + 2x) dx + \int_{-a}^0 (4x^3 + 1) dx = 6$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_9 - a_8 = 6a_7$ 일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 로그부등식 $\log_3(x-3) < 3$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 평균이 m , 표준편차가 4인 정규분포를 따르는 연속확률변수

X 가 $P(X \leq 46) + P(X \leq 54) = 1$ 을 만족시킬 때, $P(X \geq 56) = k$ 라 하자. $100k$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.47

[4점]

27. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x^2 + 2x - 15} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 2} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

28. 원점을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기는 $4t^3 - 8t + 4$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=4x$ 으로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합을 S 라 할 때, $15S$ 의 값을 구하십시오. [4점]

29. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱을 m 이라 할 때, $6\log m$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(x) = 2$
 (나) $6g(x)$ 는 자연수이다.
 (다) $f(x^2) + \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{x^2}\right) = f(x)$

30. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a , b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) a 는 2이상의 자연수이다.
 (나) 점 $A(a, 2^a)$ 은 원 $(x-b)^2 + (y-b)^2 = n^2$ 의 외부 또는 경계에 있다.
 (다) 점 $A(a, 2^a)$ 과 원 $(x-b)^2 + (y-b)^2 = n^2$ 사이의 거리의 최솟값이 10보다 작거나 같다.