2024년 3평 대비 인듐 모의고사 정답

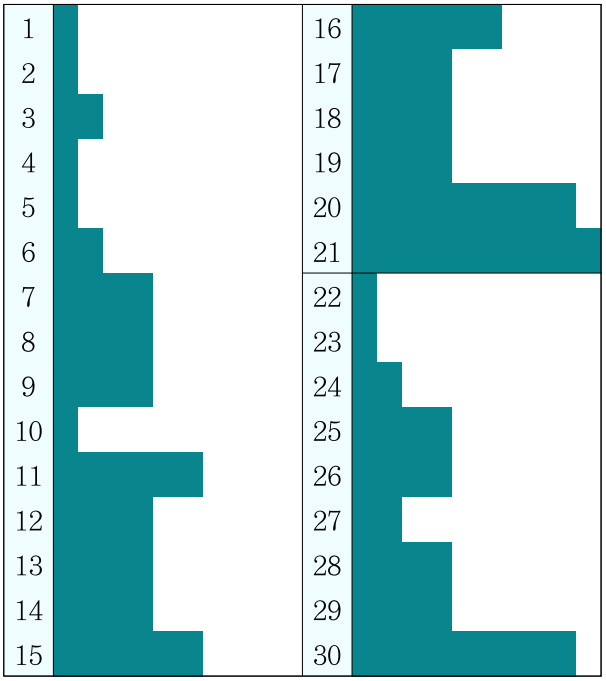
[빠른 정답 : 객관식]

1	⑤	2	④	3	④	4	②	5	②
6	①	7	②	8	④	9	③	10	③
11	⑤	12	①	13	③	14	②	15	①
16	④	17	④	18	⑤	19	③	20	①
21	②								

[빠른 정답 : 단답형]

		22	40	23	32	24	60	25	11
26	135	27	54	28	5	29	306	30	29

문제 난이도 분포 (주관적일 수 있습니다.)



뒤에 손해설이 첨부되어 있습니다.

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt{\frac{3}{14}} \times \sqrt{\frac{7}{6}}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2. 다항식 x^2-4x+k가 완전제곱식이 되도록 하는 실수 k의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

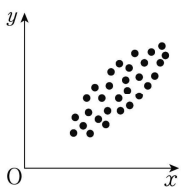
3. 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CA}>\overline{AB}$일 때, 선분 CA의 길이는? [2점]

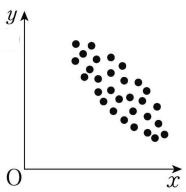
① $\sqrt{38}$ ② $\sqrt{39}$ ③ $2\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{41}$ ⑤ $\sqrt{42}$

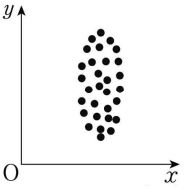
4. 좌표평면 위의 두 점 $(3, 4)$, $(7, 5)$를 지나는 직선의 x절편은? [3점]

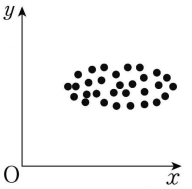
① -12 ② -13 ③ -14 ④ -15 ⑤ -16

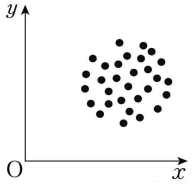
5. 어느 대학교에 위치한 매점의 손난로 판매량(개)과 이 매점의 아이스크림 판매량(개)을 30일 동안 조사한 결과, 손난로 판매량이 높을수록 아이스크림 판매량이 감소한다고 한다. 손난로 판매량을 x개, 아이스크림 판매량을 y개라 할 때, x와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도로 가장 적절한 것은? [3점]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

6. 두 각 α, β에 대하여 $\alpha+\beta$를 원주각으로 갖는 반지름이 1인 원의 호의 길이가 $\frac{2}{5}\pi$이며, $|\alpha-\beta|$를 중심각으로 갖는 반지름이 2인 부채꼴의 넓이는 $\frac{2}{15}\pi$이다. $\frac{\beta}{\alpha}$는? (단, $\beta>\alpha$이다.) [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$2\pi\cdot 1\cdot\frac{\alpha+\beta}{180}=\frac{2}{5}\pi \rightsquigarrow \alpha+\beta=36^\circ$

$\pi\cdot 2^2\cdot\frac{\beta-\alpha}{360}=\frac{2}{15}\pi \rightsquigarrow \beta-\alpha=12^\circ$ (360 → 90)

$\Rightarrow \beta=24^\circ,\ \alpha=12^\circ$

7. 실수 k와 이차함수 $f(x)=x^2-4x+(k^2-2k+2)$에 대하여 $f(1)$의 최솟값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$f(1)=(k^2-2k+2)-3=k^2-2k-1$

$=(k-1)^2-2\geq -2$

8. $x=2-\sqrt{3}$ 일 때, $x^2-5x=p+q\sqrt{3}$ 이다. p^2+q^2의 값은? (단, p, q는 유리수이다.) [3점]

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

$(x-2)^2=(-\sqrt{3})^2 \rightsquigarrow x^2-4x+4=3,\ x^2-4x=-1$

$\therefore x^2-5x=(x^2-4x)-x$
$=(-1)-(2-\sqrt{3})$
$=-3+\sqrt{3},\ p^2+q^2=10$

9. 가영, 나영 두 사람이 가위바위보를 하며, 다음과 같은 방식으로 점수를 획득한다.

(가) 가위바위보에서 이기면 3점을 얻는다.
(나) 가위바위보에서 비기면 1점을 얻는다.
(다) 가위바위보에서 지면 점수를 얻지 않는다.

10회의 가위바위보 이후 가영이의 점수는 15점, 나영이의 점수는 12점이었다. 두 사람이 비긴 횟수는 몇 회인가? [3점]

① 1회 ② 2회 ③ 3회 ④ 4회 ⑤ 5회

가위바위보에서 { 비김 $\rightsquigarrow$ 전체 $+2$ $\times$ x개 / 이김 $\rightsquigarrow$ 전체 $+3$ $\times$ $(10-x)$개

$\Rightarrow 3(10-x)+2x=15+12=27$

$\therefore x=3$

10. 다음은 식 x^4+4를 인수분해하고, 이를 통해 10,004를 소인수분해하는 과정이다.

$x^4+4=(x^4+4x^2+4)-(4x^2)$으로 두면
$x^4+4=(\boxed{\text{(가)}})^2-(2x)^2$ $x^2+2 \rightsquigarrow f(2)=6$
이다. 이때 합·차 공식에 의하여 이 식은 다시
$x^4+4=(x^2+2x+2)(\boxed{\text{(나)}})$ $x^2-2x+2 \rightsquigarrow g(1)=3$
로 변환할 수 있다. 즉, $10{,}004=10^4+4$에서,
$10004=(10^2+2\times10+2)(\boxed{\text{(다)}})$ $10^2-2\times10+2=82$
이며, 이를 통해 $10004=2^2\times41\times61$임을 확인할 수 있다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(x)$, $g(x)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $f(2)\times g(7)+r$의 값은? [3점]

① 115 ② 120 ③ 125 ④ 130 ⑤ 135

$\therefore 6+31+82=125$

11. 다음은 어느 학급 학생 n명을 대상으로 하츠네 미쿠에 대한 선호도를 $0 \sim 5$ 사이의 실수로 나타낸 도수분포표이다.

선호도	학생 수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 1^{\text{미만}}$	18
$1^{\text{이상}} \sim 2^{\text{미만}}$	a
$2^{\text{이상}} \sim 3^{\text{미만}}$	1
$3^{\text{이상}} \sim 4^{\text{미만}}$	$2a$
$4^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	b
합계	30

이 학급의 학생들의 하츠네 미쿠에 대한 선호도의 평균이 순환소수가 아닌 유리수로 주어질 때, 하츠네 미쿠에 대한 선호도가 2 이상 5 미만인 학생 수는? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$0.5\times 18 + \dfrac{0.5\times 1 + 3.5\times 2a + 4.5\times b}{30}$ = 유리수

$3a+b+19=30 \rightsquigarrow 3a+b=11$

1 8 ⇝ 유리수

2 5 ⇝ 순환수

3 2 ⇝ 유리수

$\therefore\ 1+2a+b = 1+2\times 2+5 = 10$

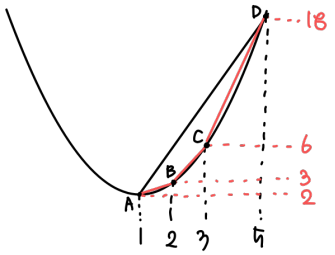
12. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 서로 다른 네 점 $A(1,2)$, $B(2,3)$, $C(3,k)$, $D(5,3k)$에 대하여 사각형 ABCD의 넓이는? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

$\overline{AB}$: $y=x+1 \rightsquigarrow f(x)-(x+1)=p(x-1)(x-2)$

$\Rightarrow \begin{cases} k-4=2p \\ 3k-6=12p \end{cases} \rightsquigarrow p=1,\ k=6$

$\Rightarrow A(1,2),\ B(2,3),\ C(3,6),\ D(5,18)$

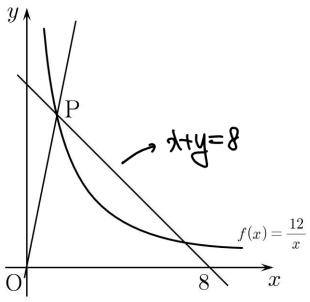


$\therefore \dfrac{1}{2}\times 4\times 16 - \left(\dfrac{1}{2}\times 1\times 1 + \dfrac{1}{2}\times 1\times 3 + \dfrac{1}{2}\times 2\times 12 + 1\times 1 + 2\times 4\right)$

$32 \qquad 2 \qquad 12 \qquad 9$

$= 9$

13. 곡선 $f(x)=\frac{12}{x}$와 직선 $y=mx\,(m>0)$가 만나는 점들 중 제1사분면 위의 점을 P라 하자. 점 P를 지나고 기울기가 $x+y=0$과 같은 직선의 x절편의 좌표가 $(8,0)$일 때, $f(m)$의 값은? [4점]

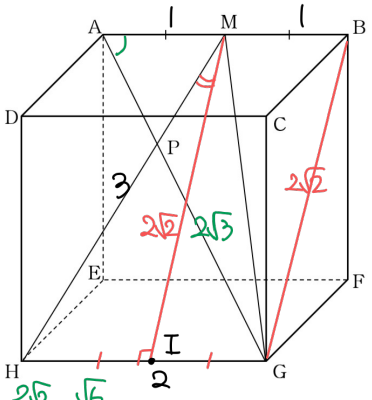


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

$\Rightarrow x+\frac{12}{x}=8,\ (x-2)(x-6)=0 \Rightarrow x=2$

$\Rightarrow P(2,6),\ m=\frac{6}{2}=3$

14. 정육면체 ABCD−EFGH에서 선분 AB의 중점을 M이라 하고, 선분 AG와 선분 HM의 교점을 P라 하자. 이 정육면체에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



$\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

< 보 기 >

ㄱ. $\sin\angle GAB=\frac{\sqrt{6}}{3}$ → ∠GMH 반땅! ○

ㄴ. $\cos\left(\frac{1}{2}\angle GMH\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ○ "$\frac{2\sqrt{2}}{3}$"

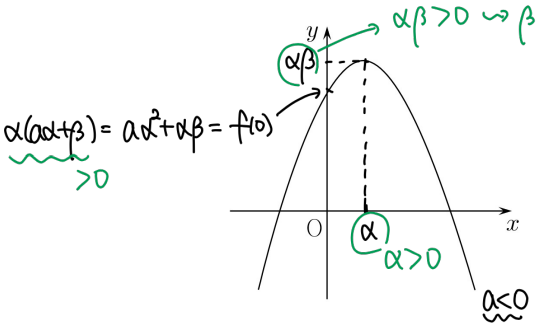
ㄷ. 삼각형 GMP의 넓이는 $\frac{\sqrt{2}}{3}$이다. ✓

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$\triangle PMA\sim\triangle PHG(AA) \rightarrow \overline{PA}:\overline{PG}=1:2$

$\therefore |\triangle GMP|=\frac{2}{3}|\triangle MHG|=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{2}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

15. 이차함수 $f(x)=a(x-\alpha)^2+\alpha\beta$와 일차함수 $g(x)=(a-\beta)x-\alpha(a\alpha+\beta)$에 대하여 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같은 개형을 갖는다.



$y=g(x)$가 지나지 않는 사분면만을 있는 대로 나열한 것은? (단, α, β는 상수이다.) [4점]

① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 지나지 않는 사분면 없음

16. 함수 $f(x)=x^2-x+1$에 대하여 방정식

$$\{f(x)\}^2-f(x)+1=x^2-x+1$$

의 실근 중 가장 큰 것을 α, 가장 작은 것을 β라 하자. $\alpha-\beta$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

17. 비스무트와 납을 이용한 합금에는 로즈의 합금과 땜납 136이 있다. 아래 표는 로즈의 합금과 땜납 136에 들어 있는 네 가지 금속의 질량 백분율을 나타낸 것이다.

합금	금속의 질량 백분율			
	비스무트	납	주석	인듐
로즈의 합금	50 %	30 %	20 %	–
땜납 136	50 %	20 %	10 %	20 %

x
y

두 합금을 섞어서 납이 130 g, 주석이 80 g 들어 있는 합금 A를 만들었다. 합금 A에 들어 있는 인듐의 질량(g)은? (단, 어떤 금속 M의 질량 백분율은 $\frac{\text{금속 M의 질량(g)}}{\text{합금 전체의 질량(g)}} \times 100$ 이다.)

[4점]

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

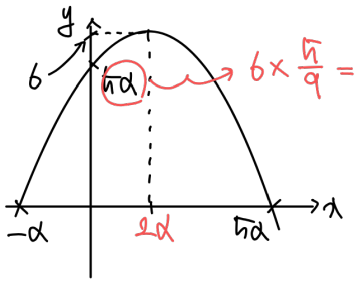
$\Rightarrow \begin{cases} 0.3x+0.2y=130 \\ 0.2x+0.1y=80 \end{cases}$ $\quad 3x+2y=1300$

$2x+y=800$

$\Rightarrow x=300,\ y=200$

18. 이차함수 $y=ax^2+bx+c\,(a<0)$의 두 x절편을 A, B라 하고, y절편을 B라 하자. 이 이차함수의 꼭짓점의 y좌표가 6이며 $5\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$일 때, 꼭짓점의 x좌표는? [4점]

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{10}{9}$ ⑤ $\frac{4}{3}$



$6\times\frac{5}{9}=\frac{10}{3} \rightsquigarrow \alpha=\frac{2}{3}$

19. 함수 $f(n)=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}$ 라 할 때

$$f(49)+f(48)+\cdots+f(2)+f(1)$$

의 값은? [4점]

① $\dfrac{5+5\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{5+5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{6+5\sqrt{2}}{2}$

④ $\dfrac{6+5\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{7+5\sqrt{2}}{2}$

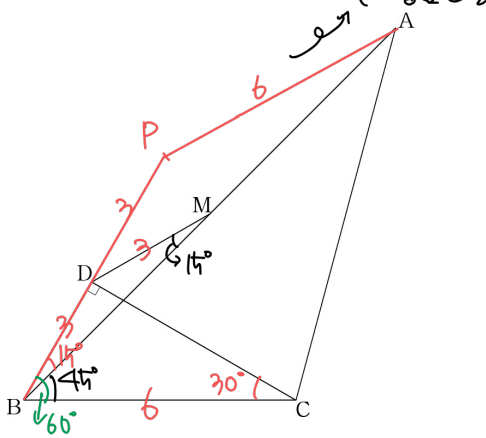
$f(n)=\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{2}$

$\therefore f(49)+f(48)+\cdots+f(1)=\dfrac{1}{2}(\sqrt{50}+\sqrt{49}-\sqrt{1}-\sqrt{0})$

$=\dfrac{1}{2}(5\sqrt{2}+6)$

20. 다음과 같이 $\angle ABC=45^\circ$, $\overline{BC}=6$인 삼각형 ABC에서 선분 AB의 중점을 M이라 하자. 삼각형 ABC의 외부에 $\angle DBM=\angle DMB=15^\circ$가 되도록 점 D를 잡으면 $\angle BDC=90^\circ$이다. 선분 AC의 길이는? [4점]

(∵ 중점연결정리!)



① $6\sqrt{2}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$ ④ 10 ⑤ $3\sqrt{13}$

⇒ 점P를 중심으로 (A,B,C)는 같은 원 위의 점

⊕ $\angle BPC=60^\circ$ ⇒ $\angle CAB=30^\circ$

$\therefore \overline{AC}=3\sqrt{2}\times 2=6\sqrt{2}$

21. 0 이상, 10 이하의 세 실수 x, y, z에 대하여

$$-y^2-3z^2+2xy+4yz-8zx$$

의 최댓값은? [4점]

① 0 ② 25 ③ 50 ④ 75 ⑤ 100

$= (2y-8z)x-(y^2-4yz+3z^2)$ → $(y-2z)^2-z^2$

최대 → $x>0$ 10 → ①

$x<0$ 0 → ②

애 해설

① $y>4z$. $y=2z$이므로 모순!

② $y<4z$. $y=2z$이고 $z=5$에서 $y=10$. $x=0$

$\therefore \mathrm{Max}(-y^2-3z^2+2xy+4yz-8zx)$

$= 25$

단답형

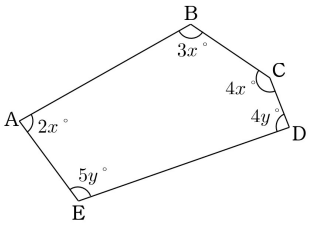
22. $80\times(1-\sin 30^\circ)$의 값은? [3점]

40

23. 연립일차방정식 $\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=-8 \end{cases}$의 해가 $x=a$, $y=b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. [3점]

$x=-4$, $y=4$ $\therefore a^2+b^2=$ 32

24. 그림과 같이 오각형 ABCDE에서 $\angle A = 2x^\circ$, $\angle B = 3x^\circ$, $\angle C = 4x^\circ$, $\angle D = 4y^\circ$, $\angle E = 5y^\circ$이다. 이때 $x+y$의 값을 구하시오. [3점]



$9(x+y) = 540$

$\therefore x+y = \boxed{60}$

25. 다음 조건을 만족시키는 세 자리 자연수 n의 개수를 구하시오. [3점]

(가) n은 완전제곱수이다.
(나) n의 소인수의 개수가 2 이하다.

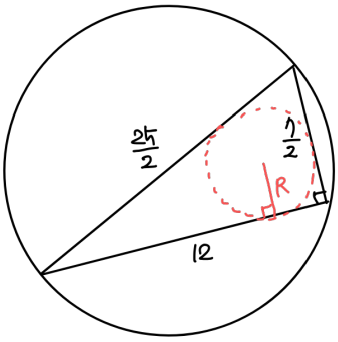
$31^2 = 961$
$32^2 = 1024$

$\hookrightarrow 10 \le \sqrt{n} \le 31$

$10 = 2\times 5$
$12 = 2^2\times 3$
$14 = 2\times 7$
$15 = 3\times 5$
$18 = 2\times 3^2$
$20 = 2^2\times 5$
$21 = 3\times 7$
$22 = 2\times 11$
$24 = 2^3\times 3$
$26 = 2\times 13$
$28 = 2^2\times 7$

$\therefore$ 총 11개

26. $\angle C = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 한 변의 길이가 12이며 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{25}{4}$이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이를 R라 할 때, $60R^2$의 값은? [4점]



$R = \frac{12 + \frac{7}{2} - \frac{25}{2}}{2} = \frac{3}{2}$

$\therefore 60R^2 = 60\times\frac{9}{4} = \boxed{135}$

27. 두 실수 a, b에 대하여 다음 자료의 중앙값이 29.4이며 $|a-b|=37.1$, $ab>0$일 때, 자료의 평균은? [4점]

a, 7, 152, b, 15.1

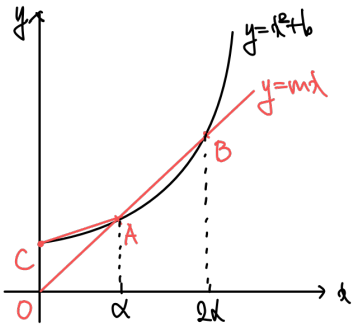
$a=29.4 \rightsquigarrow \begin{cases} b=-7.7 & (\times) \\ b=66.5 \end{cases}$

$\therefore$ 평균 $= \dfrac{29.4+7+152+66.5+15.1}{5} = 54$

28. 이차함수 $y=x^2+b\,(b>0)$와 직선 $y=mx$가 제1사분면 위의 두 점 A, B에서 만나며, 다음 조건들을 모두 만족시킨다.

(가) $\overline{OA}=\overline{AB}$ (나) $C(0, b)$이라 하면 삼각형 OAC의 넓이는 1이다.

$m+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



$\rightsquigarrow$ 근거리 $\rightsquigarrow \begin{cases} b=2\alpha^2 \\ m=3\alpha \end{cases}$

$\Rightarrow |\triangle OAC| = \frac{1}{2}\times(2\alpha^2)\times\alpha=\alpha^3=1$

$\therefore m+b=5$

29. 자연수 n을 두 개 이상의 연속한 자연수의 합으로 나타내는 방법의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어 $9=4+5$ 또는 $2+3+4$로 나타낼 수 있으므로 $f(9)=2$이다.
두 개 이상의 연속한 자연수의 합이 2024가 되도록 하는 n의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $(M-m)\times f(2024)$의 값을 구하시오. [4점]

$2024=2^3\times 11\times 23$

$= n+(n+1)+\cdots+(n+(m-1))$

$= mn+(1+2+\cdots+(m-1))$

$= mn+\frac{1}{2}m(m-1)$

$\Rightarrow m(m-1)+2nm = m(2n+m-1) = 4048 = 2^4\times 11\times 23$

$16=2^4$ $\quad 11\times 23=253$ $\quad 119$

11 $\quad 2^4\times 23=368$ $\quad 179=M$

23 $\quad 2^4\times 11=176$ $\quad 77=m$

n

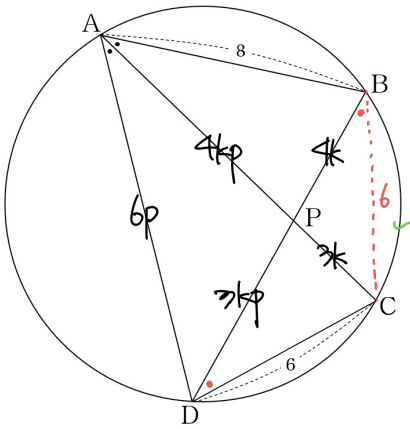
$f(2024)=3$

$\therefore (M-m)\times f(2024)=\boxed{306}$

30. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD가

$\overline{AB}=8$, $\overline{CD}=6$, $\angle CAB=\angle CAD$, $\overline{AB}<\overline{AD}$ $\quad p>\frac{4}{3}$. $4p>\frac{16}{3}$

를 만족한다. 선분 AC와 BD의 교점을 P라고 하자. 선분 AC와 PC의 길이가 모두 자연수일 때, 선분 AD의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



삼각부등식

$\rightsquigarrow 7k>6.\ k>\frac{6}{7}$

$\triangle ADP \backsim \triangle ACB \rightsquigarrow 6p : 3kp = 2 : k = (4p+3)k : 6$

$\Rightarrow (4p+3)k^2=12$

$((4p+3)k)\times(3k)=36=2^2\times 3^2$

$\overline{AC} > \overline{PC}$

36	1	$k<\frac{6}{7}$
18	2	
12	3	$\rightsquigarrow k=1.\ 4pk=4p=9$
9	4	$\rightsquigarrow k=\frac{4}{3}.\ 4pk=\frac{16}{3}p=5 \rightsquigarrow \cancel{p=\frac{15}{16}<\frac{4}{3}}$

$\therefore \overline{AD}=6p=\frac{27}{2} \rightsquigarrow p+q=\boxed{29}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.