

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{1+2\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4x}-x)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_3 = 8$ 일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)-4}{h} = 6$ 일 때, $f(1)+f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. $\sin(-\theta) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{8}{5}$ 이고 $\cos\theta < 0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

6. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3a$ 가 $x = -2$ 에서 극대일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 다항함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하고

$$f'(x) = \{3x - f(1)\}(x - 1)$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \cos bx$ 의 주기가 6π 이고
 닫힌구간 $[\pi, 4\pi]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1일 때,
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ 2 ④ $\frac{13}{6}$ ⑤ $\frac{7}{3}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = 1 - 4 \times S_n$$

이고 $a_4 = 4$ 일 때, $a_1 \times a_6$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

10. 실수 m 에 대하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의
 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도를 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 1, \quad v_2(t) = mt - 4$$

라 하자. 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 두 점 P, Q가 움직인 거리가
 같도록 하는 모든 m 의 값의 합은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 공차가 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 $m(m \geq 3)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) |a_1 - b_1| = 5$$

$$(나) a_m = b_m, a_{m+1} < b_{m+1}$$

$\sum_{k=1}^m a_k = 9$ 일 때, $\sum_{k=1}^m b_k$ 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 원점 O에서 접하고

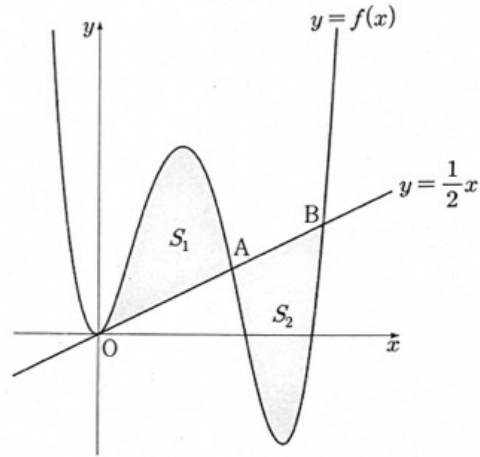
x 좌표가 양수인 두 점 A, B($\overline{OA} < \overline{OB}$)에서 만난다.

곡선 $y = f(x)$ 와 선분 OA로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1 ,

곡선 $y = f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2 라 하자.

$\overline{AB} = \sqrt{5}$ 이고 $S_1 = S_2$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$



13. 두 상수 $a, b (b > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+3} + b & (x \leq a) \\ 2^{-x+5} + 3b & (x > a) \end{cases}$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 최댓값이 $4b + 8$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $k > b$) [4점]

$b < t < k$ 인 모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수는 1이다.

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$|f(k)| + |g(k)| = 0$ 을 만족시키는 실수 k 의 개수는 2이다.

$4f(1) + 2g(1) = -1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 46 ② 49 ③ 52 ④ 55 ⑤ 58

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{3} & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \\ \frac{a_n^2 + 5}{3} & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_4 + a_5 = 5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① 63 ② 66 ③ 69 ④ 72 ⑤ 75

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3) = 1 - \log_2(x-4)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x-1)(x^3 + x^2 + 5)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = 2x^3 + \int_0^{-x} f(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 집합 $U = \{x \mid -5 \leq x \leq 5, x \text{는 정수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 X 에 대하여 두 집합 A, B 를

$$A = \{a \mid a \text{는 } x \text{의 실수인 네제곱근}, x \in X\},$$

$$B = \{b \mid b \text{는 } x \text{의 실수인 세제곱근}, x \in X\}$$

라 하자. $n(A)=9, n(B)=7$ 이 되도록 하는 집합 X 의 모든 원소의 합의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)g(x) - x^3 + 2x^2$$

을 만족시킨다. 상수 $k(k \neq 0)$ 에 대하여

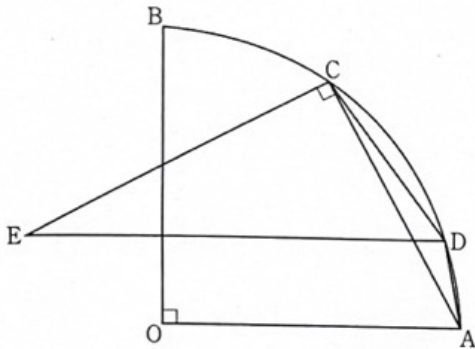
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)} \times \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{g(x)} = k$$

일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가

$\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위에 점 C를 $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 가

되도록 잡는다. 호 AC 위의 한 점 D에 대하여 점 D를 지나고 선분 OA에 평행한 직선과 점 C를 지나고 선분 AC에 수직인 직선이 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 CED의 외접원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{AD} = p + q\sqrt{7}$ 을 만족시키는 두 유리수 p, q 에 대하여 $9 \times |p \times q|$ 의 값을 구하시오. (단, 점 D는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 4이고 서로 다른 세 극값을 갖는 사차함수 $f(x)$ 와 두 함수 $g(x)$,

$$h(x) = \begin{cases} 4x+2 & (x < a) \\ -2x-3 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 있다. 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|g(x)| = f(x), \quad \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{g(x+t) - g(x)}{t} = |f'(x)|$$

이다.

(나) 함수 $g(x)h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$g(0) = \frac{40}{3}$ 일 때, $g(1) \times h(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. 함수 $f(x) = \sin 2x$ 에 대하여 $f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

24. 첫째항이 1이고 공차가 $d(d > 0)$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

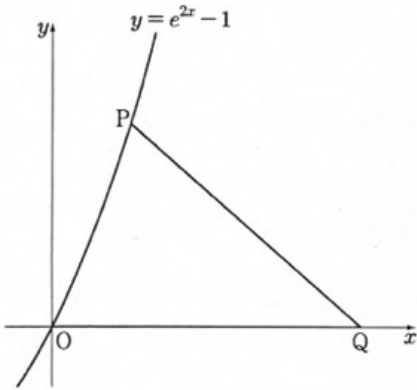
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{a_n} - \frac{n+1}{a_{n+1}} \right) = \frac{2}{3}$$

일 때, d 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 곡선 $y = e^{2x} - 1$ 위의 점 $P(t, e^{2t} - 1)$ ($t > 0$)에 대하여 $\overline{PQ} = \overline{OQ}$ 를 만족시키는 x 축 위의 점 Q 의 x 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t)}{t}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3



26. 열린구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1} + \left(\frac{4}{x}\right)^n}{x^n + \left(\frac{4}{x}\right)^{n+1}}$$

이 있다. $x > 0$ 일 때, 방정식 $f(x) = 2x - 3$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① $\frac{41}{7}$ ② $\frac{43}{7}$ ③ $\frac{45}{7}$ ④ $\frac{47}{7}$ ⑤ 7

27. 함수 $f(x)=x^3+x+1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.
매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = g(t) + t, \quad y = g(t) - t$$

에서 $t=3$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{3}{10}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{5}$

28. 두 상수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = a \sin x - \cos x, \quad g(x) = e^{2x-b} - 1$$

이라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $\tan b$ 의 값은? [4점]

(가) $f(k)=g(k)=0$ 을 만족시키는 실수 k 가

열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에 존재한다.

(나) 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서

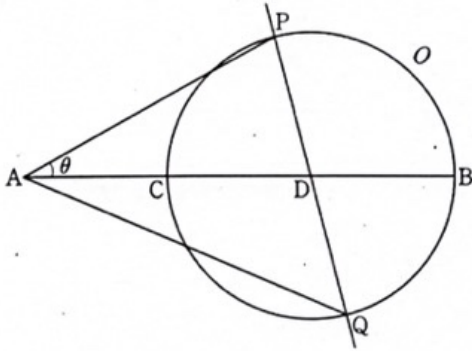
방정식 $\{f(x)g(x)\}' = 2f(x)$ 의 모든 해의 합은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 3인 선분 AB를 삼등분하는 점 중 A와 가까운 점을 C, B와 가까운 점을 D라 하고, 선분 BC를 지름으로 하는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P를 $\angle BAP = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{6})$ 가 되도록 잡고, 두 점 P, D를 지나는 직선이 원 O와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 선분 AQ의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\cos \theta_0 = \frac{7}{8}$ 인 θ_0 에 대하여 $f'(\theta_0) = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. (단, $\angle APD < \frac{\pi}{2}$ 이고 $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{6}$ 이다.)

[4점]



30. 수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 0이 아닌 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| < \alpha) \\ -\frac{5}{a_n} & (|a_n| \geq \alpha) \end{cases} \quad (\alpha \text{는 양의 상수})$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 p 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$$

(나) $\sum_{n=1}^m \frac{a_n}{b_n}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m 은 p 이고,

$$\sum_{n=1}^p b_n = 51, \quad \sum_{n=p+1}^{\infty} b_n = \frac{1}{64} \text{이다.}$$

$32 \times (a_3 + p)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

