5월 모의고사 완벽 분석서 : 총평 및 전략수립

I. 이번 5월 모의고사, 얼마나 어려웠나요?

1. 등급컷으로 보는 시험 난이도

이번 5월 모의고사의 1등급컷은 확률과 통계 77점, 미적분 71점, 기하 73점(ebsi 기준)으로 수치상으로는 매우 어려웠던 시험이 맞습니다. 물론 N수생들의 유입을 생각해보면, 시험의 전반적인 난이도는 **작년 수능과 비슷하거나 약간 더 어려웠던 시험**이라고 생각됩니다.

2. TEAM 수리남이 본 시험 난이도

시험지 전체적으로 난이도 높은 문항들이 분포되어있는 것은 사실입니다. 하지만 22번 문항을 제외하고는, 소재적으로나, 내용적으로 **기본과 기출을 벗어난 문항은 없었습니다**. 지금 수능 수학의 기조는 수학을 잘하는 '진짜' 상위권 학생들에게는 매우 유리한 기조입니다. 이 학생들은 일반적인 학생들이 어려워하고 시간을 많이 쓰는 앞 부분의 준킬러 문제들은 기출, 사설에서 자주 나오던 소재의 변형 문항 정도로만 생각하기 때문이죠.
쓴소리를 해서 미안하지만, **이번 시험 성적이 잘 안 나왔다면, 시험의 난이도만 탓할 것이 아닌, 스스로의 상태를 객관적으로 돌아봐야 할 것입니다.**

Ⅱ. 이러한 기조의 수능, 모의고사 어떻게 대비해야 할까요?

1. 킬러 문항 문제풀이를 철저히 하세요.

좀 의아하게 생각할 학생들이 많을 것이라고 생각됩니다. '준킬러 문항 위주로 출제되는 시험인데, 킬러대비를 하라고?', '나는 준킬러 대비를 열심히 해서, 킬러 버리고 준킬러 다 맞춰서 1등급 받을건데?' 등의 생각을 하고 있겠죠. 왜 킬러 문항을 열심히 해야 하는지 설명해보겠습니다.
선택 과목이 생기고 지금까지 평가원 모의고사, 수능의 기조를 살펴보면, 다들 알다시피 킬러 문항의 난이도는 떨어졌고, 앞 번호 문항들의 전반적인 난이도가 올라갔습니다. 이때, 난이도를 올린 방식이 기존에 없던 새로운 소재와 내용의 문항을 배치하는 것이 아닌, **예전 기출, 사설 킬러 문항에서 사용된 소재들을 그대로 가져와, 호흡을 줄이는 방식의 문항들을 배치하는 방식**을 선택했습니다. 따라서 이런 킬러 문항들을 열심히 대비한 학생들은, 이런 문제들을 어렵게 생각하지 않고 풀어낼 수 있는 것입니다. 또한 여전히 신선한 소재와 높은 사고력을 요하는 문항이 1~2문제 정도는 꾸준히 출제되고 있어, 단순 1등급을 넘어선 고득점을 받기 위해서도 **킬러 문항의 대비는 필수적**입니다.
이번 수능의 기조는 6월 모의고사 문제지가 나와봐야 더 정확하게 예측이 가능하겠지만, 여전히 지금의 기조를 유지할 것으로 예상됩니다. 물론 기조가 바뀌더라도, **수능 수학 고득점은 결국 기출 분석과 사고력 싸움**입니다. 어려운 문항을 오래 고민하고 풀어내는 것만큼 사고력 향상의 도움이 되는 것은 없습니다.

2. 문제 상황별 태도 정리(기출분석)를 꼭 하세요.

어떤 문제가 나왔을 때 **자신만의 명확한 기준**이 꼭 있어야 합니다. 예를들어, 이번 시험에서 오답률이 매우 높았던 문항인 21번을 보면, 수능 도형 문제가 나왔을 때, 기본적으로 취해야 하는 태도를 벗어나지 않습니다. 도형 문항이 나왔을 때, 상황별로 태도가 명확하게 정립되어 있다면, 어렵지 않게 풀어낼 수 있었던 문항입니다.

학생들은 기출분석 방법을 명확하게 모르는 경우가 많습니다. **기출분석은 단순히 기출을 반복적으로 많이 풀어보는 것을 넘어서 진행되어야 합니다.** 기출문제를 풀면서, 문항에서 얻어갈 수 있는 태도, 기준, 실전개념들을 확실히 정리하고, 이를 사설 문항을 풀 때, 앞으로의 모의고사를 풀 때에도 적용할 수 있어야 합니다. 저는 수험생 때 어떤 문제를 보면, 연관 기출문제의 번호들이 떠오를 정도로 기출분석을 진행했습니다.

5월 모의고사 완벽 분석서 : 코멘트 및 유사문항(공통)

11. 공차가 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 m $(m \geq 3)$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lvert a_1 - b_1 \rvert = 5$
(나) $a_m = b_m$, $a_{m+1} < b_{m+1}$

$\sum_{k=1}^{m} a_k = 9$일 때, $\sum_{k=1}^{m} b_k$의 값은? [2024년 5월 모의고사 11번]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

TEAM 수리남's TIP

a_n과 b_n이 등차수열일 때, $a_n + b_n$, $a_n - b_n$ 도 등차수열이다. 문제에서 반복적으로 $a_n - b_n$에 대한 조건을 제시하고 있으므로, $a_n - b_n = c_n$이라는 새로운 등차수열을 생각해볼 수 있다.

TEAM 수리남's 핵심노트

두 등차수열, 등비수열의 조합

1) a_n이 공차가 d_1인 등차수열, b_n이 공차가 d_2인 등차수열일 때

$a_n + b_n$은 공차가 $d_1 + d_2$인 등차수열, $a_n - b_n$은 공차가 $d_1 - d_2$인 등차수열

2) a_n이 공비가 r_1인 등비수열, b_n이 공차가 r_2인 등비수열일 때

$a_n \times b_n$은 공비가 $r_1 \times r_2$인 등비수열, $a_n \div b_n$은 공비가 $\frac{r_1}{r_2}$인 등비수열

유사문항 1. $a_2=-4$이고, 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=a_n+a_{n+1}$ $(n \geq 1)$이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5\},\quad B=\{b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_4,\ b_5\}$$

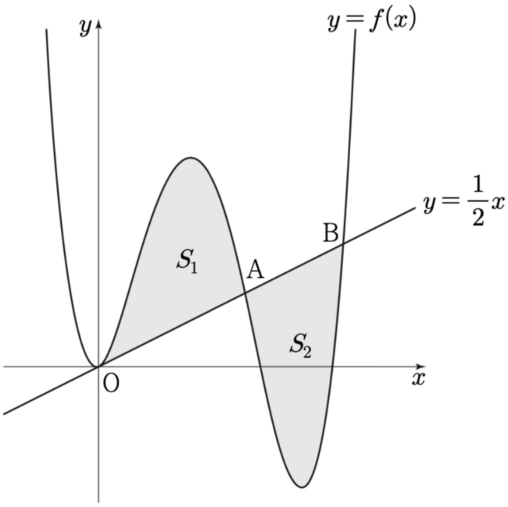
라 하자. $n(A\cap B)=3$이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{20}의 합은?

[2024학년도 6월 모의고사 12번]

① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 원점 O에서 접하고 x좌표가 양수인 두 점 A, B($\overline{\mathrm{OA}}<\overline{\mathrm{OB}}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 선분 OA로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1, 곡선 $y=f(x)$와 선분 AB로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{5}$이고, $S_1=S_2$일 때, $f(1)$의 값은? [2024년 5월 모의고사 12번]

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$



TEAM 수리남's TIP

이런 문항이, 진짜 수학을 잘하는 상위권과 일반적인 학생의 차이가 나타나는 문항이다. **기본적인 풀이**는 두 함수의 교점이 주어져 있으므로 두 함수의 차를 인수정리를 이용해 구할 수 있고, 기울기와 선분의 길이를 보고, A와 B의 x좌표가 각각 a, $a+2$라는 것을 알아낸 뒤 $\int_0^{a+2}\left\{f(x)-\frac{1}{2}x\right\}dx=0$ 이라는 것을 이용하면 된다.

TEAM 수리남's TIP

상위권 학생이라면, 두 넓이가 같다는 것을 보고 $f(x)-\frac{1}{2}x$의 원함수를 그릴 수 있었을 것이다.

왜냐하면 ‘도함수의 정적분 = 함숫값의 차’ 이므로 정적분 값이 0이 된다는 것은 원함수의 함숫값의 차가 0이 되므로, 원함수를 쉽게 구할 수 있기 때문이다. 이와 함께, 다항함수의 비율관계를 이용한다면, 문제를 매우 빠르게 풀어낼 수 있다.

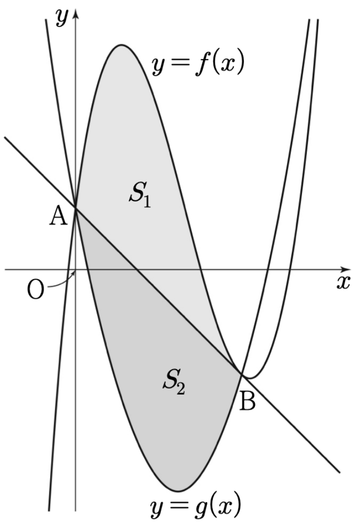
TEAM 수리남's 핵심노트

$(x-a)^m(x-b)^n$ 극점의 x좌표(비율관계)

$(x-a)^m(x-b)^n$의 극점의 x좌표는 a와 b의 $m:n$ 내분점이다.

유사문항 1. 그림과 같이 삼차함수 $f(x)=x^3-6x^2+8x+1$의 그래프와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $y=g(x)$의 그래프가 점 A$(0,\ 1)$, 점 B$(k,\ f(k))$에서 만나고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선이 점 A를 지난다.
곡선 $y=f(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=g(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=S_2$일 때, $\int_0^k g(x)dx$의 값은? (단, k는 양수이다.)

[2023년 4월 모의고사 12번]



① $-\frac{17}{2}$　② $-\frac{33}{4}$　③ -8　④ $-\frac{31}{4}$　⑤ $-\frac{15}{2}$

13. 두 상수 a, $b(b>0)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+3}+b & (x \le a) \\ 2^{-x+5}+3b & (x>a) \end{cases}$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 $4b+8$일 때, $a+b$의 값은?

[2024년 5월 모의고사 13번]

$b<t<k$인 모든 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$의 교점의 개수는 1이다.

① 9　② 10　③ 11　④ 12　⑤ 13

TEAM 수리남's TIP

개형추론의 기본은 특수한 상황부터 체크하면서, 문제 조건을 제대로 이해하고, 문제가 원하는 상황을 빠르게 찾아내는 것이다. 이 문제는 점근선이 존재하는 문제로, 점근선의 위치에 따라 교점의 개수가 변하는 소재로, 자주 등장하는 소재이므로 잘 알아두도록 하자.

유사문항 1.두 자연수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-6x+1 & (x\le 2) \\ a(x-2)(x-b)+9 & (x>2) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자.

$$g(k)+\lim_{t\to k-}g(t)+\lim_{t\to k+}g(t)=9$$

를 만족시키는 실수 k의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여 $a+b$의 최댓값은?

[2024학년도 수능 14번]

① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

유사문항 2.두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+a}+b & (x\le -8) \\ -3^{x-3}+8 & (x>-8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은?

집합 $\{f(x)\mid x\le k\}$의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $3\le k<4$이다.

[2024학년도 9월 모의고사 14번]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족한다.

$\lvert f(k)\rvert+\lvert g(k)\rvert=0$을 만족시키는 실수 k의 개수는 2이다.

$4f(1)+2g(1)=-1$일 때, $f(4)$의 값은? [2024년 5월 모의고사 14번]

① 46 ② 49 ③ 52 ④ 55 ⑤ 58

TEAM 수리남's TIP

'$\lvert a\rvert+\lvert b\rvert=0$이면 $a=b=0$이다.'

위 명제는 매우 유명한 소재이기 때문에 꼭 기억하도록 하자.

유사문항 1. 일차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x (x-2)f(s)ds$$

라 하자. 실수 t에 대하여 직선 $y=tx$와 곡선 $y=g(x)$가 만나는 점의 개수를 $h(t)$라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $g(x)$에 대하여 $g(4)$의 값의 합을 구하시오.

[2022학년도 사관학교 22번]

15. 첫째항이 자연수인 수열 a_n이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \dfrac{a_n}{3} & (a_n\text{이 3의 배수인 경우}) \\ \dfrac{{a_n}^2+5}{3} & (a_n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_4+a_5=5$ 가 되도록 하는 모든 a_n의 값의 합은? [2024년 5월 모의고사 15번]

① 63 ②66 ③69 ④72 ⑤75

TEAM 수리남's TIP

24학년도 수능 15번 변형 문항이다.
만약 문제에 접근조차 하지 못했다면, 규칙을 역으로 적용하는 방식이 떠오르지 않을 수도 있다.
하지만 처음부터 아이디어가 떠오르지 않았어도 **반드시 해봤어야하는 것은** **일단 대입해보는** 일이다.
특히 이런 복잡한 점화식의 경우 반드시 식에 실제 숫자를 대입해봐야 규칙성이 드러나는 경우가 많다.

유사문항 1. 첫째항이 자연수인 수열 a_n이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2^{a_n} & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6+a_7=3$ 가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [2024년 5월 모의고사 15번]

① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=\left(-\frac{1}{2}x+3\right)g(x)-x^3+2x^2$$

을 만족시킨다. 상수 $k(k\neq 0)$에 대하여

$$\lim_{x\to 2}\frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)}\times\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)}=k$$

일 때, k의 값을 구하시오. [2024년 5월 모의고사 20번]

TEAM 수리남's TIP

다항함수의 항등식을 봤을 때 취해야 할 태도

① 차수 비교해보기

: 항등식이라는 것은 $-2x^2=-2x^2$처럼 완전히 같은 꼴을 전제로 하기 때문에 $f(x)$, $g(x)$ 등이 섞여 있으면 가장 먼저 양변의 최고차항부터 비교해보자.

② 특징적인 항 찾아내기

: 상수항이 몇이다, 또는 상수항이 없다 등 특징적인 조건이 보이면 그 특징을 통해 힌트를 얻는다.

TEAM 수리남's TIP

14번 문항도 마찬가지이고, 최근 이런 고1 수학 내용이 강조되는 경향이 있다. 고1 수학이 부족하다고 느끼는 학생들은 다시 고1 수학을 복습하거나, 최대한 많은 문제를 풀면서 고1 수학 관련 내용을 최대한 정리하며 구멍을 매꿔야한다.

유사문항 1. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-x^2}{x}=2$를 만족시킬 때,

$\lim_{x \to 0+} x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$의 값은? [2014년 10월 모의고사 수학 A형 10번]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유사문항 2. 상수함수가 아닌 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

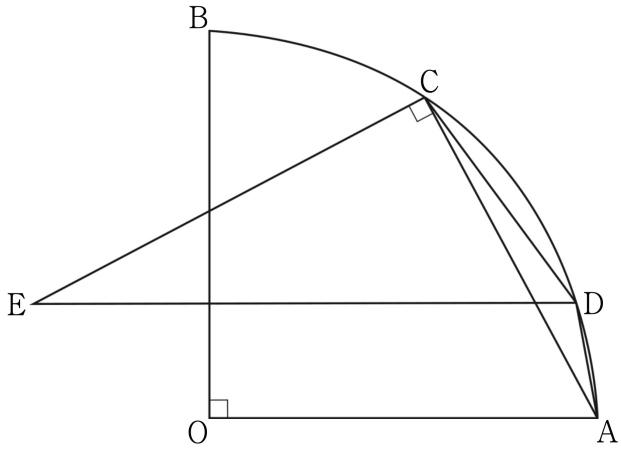
(가) 모든 x에 대하여 $f(x)>0$이다. (나) $\lim_{x \to \infty}\{2f(x)+g(x)\}=\frac{1}{2}$

$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-3g(x)}{f(x)+g(x)}$의 값은? [2020학년도 수능완성 수능 나형]

① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

21. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위에 점 C를 $\overline{\mathrm{AC}}=4\sqrt{2}$가 되도록 잡는다. 호 AC 위의 한 점 D에 대하여 점 D를 지나고 선분 OA에 평행한 직선과 점 C를 지나고 선분 AC에 수직인 직선이 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 CED의 외접원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$일 때, $\overline{\mathrm{AD}}=p+q\sqrt{7}$을 만족시키는 두 유리수 p, q에 대하여 $9\times|p\times q|$의 값을 구하시오. (단 점 D는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.)

[2024년 5월 모의고사 21번]



TEAM 수리남's TIP

이 문항이 어려웠던 학생은 무조건 도형 관련 수능문항을 쭉 풀어보면서, 상황별로 자신이 취해야 할 태도와 기준을 정해놓아야 한다.

원이 포함된 도형문제

원이 나왔을 때 반드시 생각해야하는 것들이 있다.
아래 몇 가지 사항은 반드시 기억해두자.

1) 현 → 수선 내리기

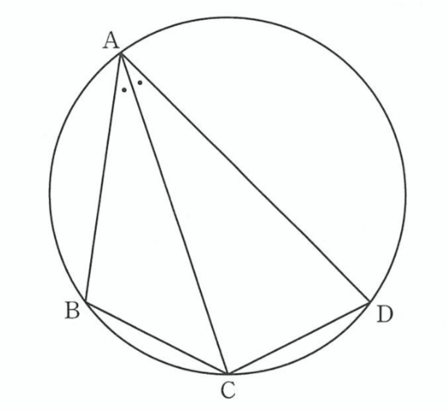
2) 원 위의 점 → 중심과 잇기

3) 원주각 → 중심각 찾기

4) 외접원 → sine 법칙

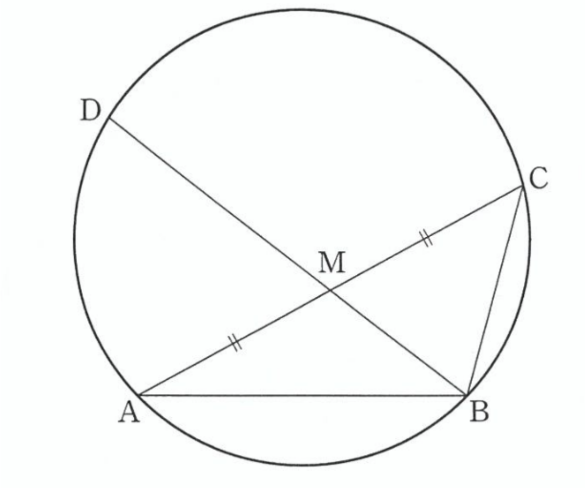
5) 원 밖의 점 → 접선

유사문항 1. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고
$\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=3\sqrt{5}$, $\overline{AD}=7$, $\angle BAC=\angle CAD$일 때, 이 원의 반지름의 길이는?
[2023학년도 수능 11번]



① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

유사문항 2. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{7}{8}$인
삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [2023학년도 6월 모의고사 10번]



① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

22. 최고차항의 계수가 4이고, 서로 다른 세 극값을 갖는 사차함수 $f(x)$와 두 함수 $g(x)$,

$$h(x)=\begin{cases} 4x+2 & (x<a) \\ -2x-3 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 있다. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$|g(x)|=f(x),\ \lim_{t\to 0+}\frac{g(x+t)-g(x)}{t}=|f'(x)|$$이다.

(나) 함수 $g(x)h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$g(0)=\dfrac{40}{3}$일 때, $g(1)\times h(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

[2024년 5월 모의고사 22번]

TEAM 수리남's TIP

실전에서는 주로 특수한 상황에서 답이 등장하므로, 특수한 상황을 먼저 분석해 답을 결정하고, 일반적인 상황을 검증하는 연습을 해봅시다. 물론, 특수한 상황에서 답이 등장하지 않을 수도 있지만, 특수한 상황을 정해놓고 보면, 문제 상황을 더욱 쉽고 정확하게 이해할 수 있습니다.
시험장에서는 특수한 경우만 조사해서 답을 냈더라도, 꼭 연습할 때는 일반적인 경우가 왜 안 되는지 검증해보는 태도를 가져야 합니다. 일반적인 경우가 왜 안 되는지 검증하는 과정이 문제해석능력, 수학적 사고력, 추론 등의 여러 능력을 기르는데 큰 도움이 될 것입니다.

TEAM 수리남's 핵심노트

곱함수의 연속

두 함수 $g(x)h(x)$가 $x=a$에서 연속일 때 , 아래와 같이 3가지 경우가 나올 수 있다.

1) $g(x)$가 $x=a$에서 연속, $h(x)$는 $x=a$에서 불연속
$\rightarrow$ $g(a)=0$

2) $g(x)$가 $x=a$에서 불연속, $h(x)$는 $x=a$에서 연속
$\rightarrow$ $h(a)=0$

3) $g(x)$, $h(x)$ 모두 $x=a$에서 불연속
$\rightarrow$ '연속'의 정의를 활용하자.($\lim_{x\to a-} g(x)h(x)=\lim_{x\to a+} g(x)h(x)=g(a)h(a)$)

$$g(a-)h(a-)=g(a+)h(a+)=g(a)h(a)$$

유사문항 1. 실수 t에 대하여 x에 대한 사차방정식

$$(x-1)\{x^2(x-3)-t\}=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(t)$라 하자. 다항함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{g(x)}{x^4}=0$
(나) $g(3)=-6$

함수 $f(t)g(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(1)$의 값은? [2017년 7월 모의고사 B형 21번]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

유사문항 2. 두 함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (x< -1) \\ 2x-1 & (x \geq 1) \end{cases}$, $g(x)=x^2+2x+a$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a값의 합은? [2025학년도 수능특강]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5월 모의고사 완벽 분석서 : 코멘트 및 유사문항(미적)

28. 두 상수 $a\,(a>0)$, b에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$를

$$f(x)=a\sin x-\cos x,\ \ g(x)=e^{2x-b}-1$$

이라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\tan b$의 값은? [4점]

(가) $f(k)=g(k)=0$ 을 만족시키는 실수 k가 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$에 존재한다.

(나) 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$에서 방정식 $\{f(x)g(x)\}'=2f(x)$의 모든 해의 합은 $\frac{\pi}{4}$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

[2024년 5월 모의고사 28번]

TEAM 수리남's TIP

$g'(x)=2e^{2x-b}=2(g(x)+1)$를 써야 쉽게 풀 수 있는 문제이다. 지수함수를 미분했을 때, 자기 자신의 꼴이 반복되므로, 이와 같은 풀이를 할 줄 알아야 한다. 이 또한 자주 쓰이는 소재이므로 알아두도록 하자.

유사문항 1. k가 자연수일 때, $0<x<\frac{\pi}{2}$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$\cos^2 x \times e^{k\tan x} + a\cos^2 x \geq a$$

가 성립하도록 하는 실수 a의 최댓값을 $f(k)$라 하자. $\sum_{k=1}^{8} f(x)$의 값은?

[EBS 모의고사]

① $43e^2$ ② $45e^2$ ③ $47e^2$ ④ $49e^2$ ⑤ $51e^2$

유사문항 2. $x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=\frac{\cos^2 x}{x^2}$가 극값을 갖는 x의 값을 작은 것부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 x_n이라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[EBS 모의고사]

ㄱ. 모든 자연수 n에 대하여 $\tan x_{2n} = -\frac{1}{x_{2n}}$

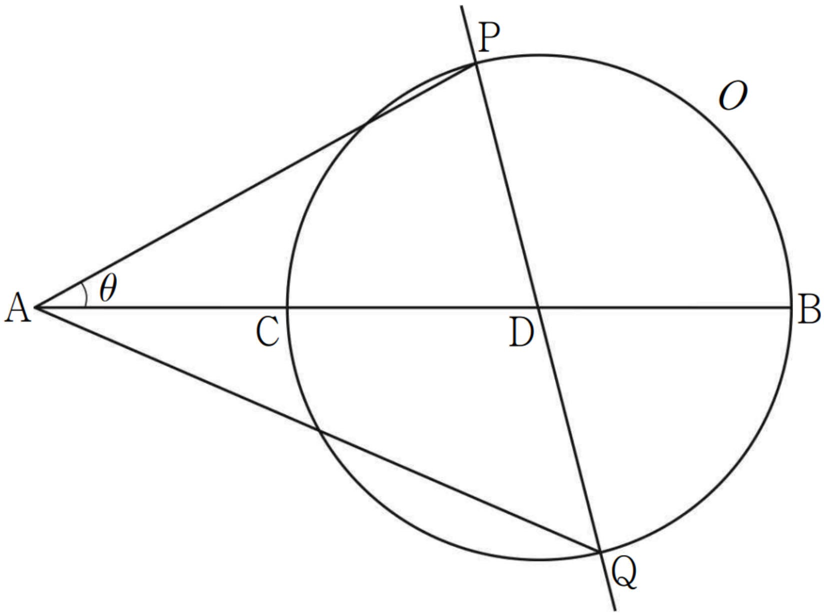
ㄴ. $\lim_{n\to\infty}(x_{2n}-x_{2n-1})=\frac{\pi}{2}$

ㄷ. 모든 자연수 n에 대하여 방정식 $f(x)=f(x_{2n})$의 서로 다른 실근의 개수는 $2n$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 그림과 같이 길이가 3인 선분 AB를 삼등분하는 점 중 A와 가까운 점을 C, B와 가까운 점을 D라 하고, 선분 BC를 지름으로 하는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P를 $\angle \mathrm{BAP} = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{6}\right)$가 되도록 잡고, 두 점 P, D를 지나는 직선이 원 O와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 선분 AQ의 길이를 $f(\theta)$라 할 때, $\cos\theta_0 = \frac{7}{8}$인 θ_0에 대하여 $f'(\theta_0) = k$이다. k^2의 값을 구하시오. (단, $\angle \mathrm{APD} < \frac{\pi}{2}$이고 $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{6}$이다.)

〔4점〕



[2024년 5월 모의고사 29번]

TEAM 수리남's TIP

새로운 변수를 임의로 도입해도 기존의 변수와의 **관계식**이 있으면, 그 관계 속에서 기존의 변수와 함께 움직이기 때문에 **자유롭게** 사용해도 상관이 없다. 21번과 마찬가지로 이 문항이 어려웠던 학생은 무조건 도형 관련 수능문항을 쭉 풀어보면서, 상황별로 자신이 취해야 할 태도와 기준을 정해놓아야 한다. 이 문항을 사인법칙 뿐 아니라, 중선이 많이 나오므로, 중선 정리를 활용해서도 한 번 풀어보자.

30. 수열 $\{a_n\}$은 공비가 0인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| < \alpha) \\ -\dfrac{5}{a_n} & (|a_n| < \alpha) \end{cases} \quad (\alpha\text{는 양의 상수})$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 자연수 p가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$
(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{m} \frac{a_n}{b_n}$ 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m은 p이고, $\displaystyle\sum_{n=1}^{p} b_n = 51$, $\displaystyle\sum_{n=p+1}^{\infty} b_n = \frac{1}{64}$ 이다.

$32 \times (a_3 + p)$의 값을 구하시오.

[2024년 5월 모의고사 30번]

TEAM 수리남's TIP

$|a_n|$의 값 범위에 따라 b_n이 결정되기 때문에, $|a_n|$라는 수열에 대해 생각해봐야하고, a_n이 등비수열이라면 $|a_n|$은 첫 항과 공비가 모두 양수인 등비수열임을 알 수 있다. 이제 문제가 시키는대로 따라가면, 쉽게 풀 수 있는 문항이다.

유사문항 1. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하시오.

(가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$

(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(a_n+|b_n|)=67$

(다) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(|a_n|+|b_n|)=81$

[2019학년도 수능 나형 29번]

유사문항 2. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k}=r^k$이다.
(단, r는 $0<|r|<1$인 상수이다.)

(나) $a_1<0$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3 & (|a_n|<5) \\ -\dfrac{1}{2}a_n & (|a_n|\geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m|\geq 5$를 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 p라 할 때, $p+a_1$의 값은?

[2023학년도 9월 모의고사 15번]

① 8　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 16