

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

9. 첫째항이 6인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여

$$6n \times S_n = a_n \times (2n^2 + 3n + 1)$$

일 때, S_6 의 값은? [4점]

- ① 546 ② 647 ③ 728 ④ 819 ⑤ 910

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 가 x 축과 둘러싸인 넓이를 S 라 할 때,

$$S = \int_0^{12} f(x) dx$$

이다. $f'(6) = 0$ 일 때, S 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 36 ③ 72 ④ 144 ⑤ 288

11. 두 실수 $a(a > 1)$, b 에 대하여 두 함수 $f(x) = a^{-x+b} - b$, $g(x) = \log_a x$ 의 그래프가 x 축 위의 점 A에서 만난다.
 곡선 $y = f(x)$ 와 y 축이 만나는 점을 B, 직선 $x = \frac{10}{3}$ 과 곡선 $y = g(x)$ 가 만나는 점을 C라 할 때,
 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 A는 선분 BC를 지름으로 하는 원 위에 있다.
 (나) 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발은 선분 BC를 이등분한다.

$a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{19}{3}$

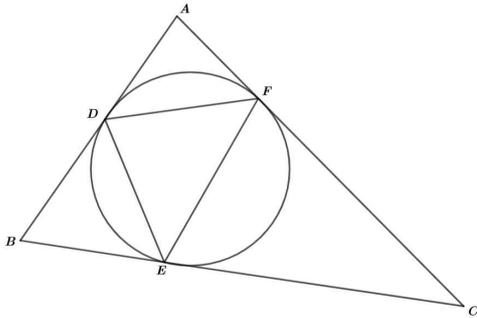
12. 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x) = x(x-a)(x-2)$, $g(x) = x(x-2)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $f'(3)$ 의 값의 합은? [4점]

$\lim_{x \rightarrow t} \frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)}$ 의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 t 의 값의 개수는 2이다.

- ① 46 ② 49 ③ 52 ④ 55 ⑤ 58

13. 그림과 같이 삼각형 ABC에 내접하는 원이 선분 AB에 접하는 점을 D, 선분 BC에 접하는 점을 E, 선분 CA에 접하는 점을 F라 할 때, $\overline{DE} = 3$, $\angle DFE = \frac{\pi}{3}$ 이다.

두 자연수 a, b 에 대하여 선분 AF의 길이를 a , 선분 FC의 길이를 b 라 할 때, 가능한 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 n 이라 하고, $a+b$ 로 가능한 모든 수의 합을 m 이라 하자. $m+n$ 의 값은? [4점]



- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 세 실수 α, β, k 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - k & (x < \alpha) \\ f(x) & (\alpha \leq x \leq \beta) \\ f(x) + k & (x > \beta) \end{cases}$$

이다. 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(3) = 0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) + f(-x) = 0$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 극값을 가지고, 역함수가 존재한다.

k 의 값이 최소일 때, $g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 61 ② 62 ③ 63 ④ 64 ⑤ 65

15. 첫째항이 28이고 공차가 음수 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 은

$$b_n = \begin{cases} a_n & (1 \leq n < 5) \\ |a_{n-4}| + 4d & (5 \leq n < 13) \\ -|a_{n-12}| - 4d & (n \geq 13) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_1 = b_{17}$, $b_9 = b_{25}$

(나) $\left\{ n \mid \sum_{k=1}^n b_k = 0, n \text{은 자연수} \right\} = \{9, 16, 26\}$

자연수 p 에 대하여 $p+q > 0$ 이고 $b_p = b_{p+q}$ 를 만족시키는 정수 q 가 존재하지 않도록 하는 p 의 최솟값은? [4점]

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

단답형

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $x=3$ 에서 극솟값을 가지고, 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가

$$\int_0^{g^{-1}(x)} |f(t)| dt = f'(x)$$

를 만족시킨다. $g'(0) = 0$ 일 때, $g^{-1}(39)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 두 함수 $f(x) = \sin(\pi x)$ 와 $g(x) = 2^x - 1$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

모든 자연수 n 에 대하여 a_n 은
 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 방정식 $f(nx) = g(x)$ 의 실근의
 개수이다.

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 3인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

실수 t 에 대하여 함수 $g(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$ 가 오직
 두 개의 사분면만을 지나도록 하는 모든 t 의 값은
 $-2, -\frac{4}{3}, 0$ 이다.

$f(0) = 0$ 일 때, $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역 (미적분)

홀수형

5지선다형

28. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = e^x - e^{-x} - 2x + k$ (k 는 실수)에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \ln \{|f(g(x))| + 1\}$$

이다. 두 함수 $f(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(k+6) + f'(k+6)$ 의 값은? [4점]

(가) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 극댓값 $\ln \frac{11}{2}$ 을 갖는다.
 (나) $k < x \leq k+4$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 0이다.

- ① $\frac{58}{3}$ ② 20 ③ $\frac{62}{3}$ ④ $\frac{64}{3}$ ⑤ 22

단답형

29. $0 < t < 1$ 인 실수 t 와 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = tx - t$ 가 만나는 두 점 중 y 좌표가 음수인 것을 P라 하고, 점 P에서 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선과 직선 $y = tx - t$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. 점 P의 x 좌표가 $\frac{1}{e}$ 이 되도록 하는 t 의 값이 α 일 때, $-2e^2 \times g'(\alpha) = ae^2 + be + c$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ 이고, a, b, c 는 유리수이다.) [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값이 실수 $S(S \neq 0)$ 로 수렴하는 등비수열이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1}}{(a_k)^2} > 0$ 이다.

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을

$$S_n \text{이라 할 때, } \sum_{n=1}^{\infty} (S - S_n) = 2a_1 \text{이다.}$$

$\sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k}$ 의 값이 6보다 크도록 하는 모든 정수 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

정답

9	10	11	12	13	14	15
①	②	③	③	④	④	⑤
20	21	22		28	29	30
9	110	161		④	21	15