목록

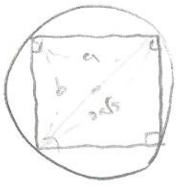
약점보완 테스트

학 교 : ________________ 학 년 : ________ 이 름 : ________________

1. 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원에 내접하는 두 직사각형 A, B에 대하여 A의 가로, 세로의 길이는 각각 a, b이고, B의 가로, 세로의 길이는 각각 c, d이다. $ad-bc=10$인 관계가 성립할 때, $ac+bd$의 값은?

① $5\sqrt{3}$ ② 10 ③ $10\sqrt{2}$
④ $10\sqrt{3}$ ⑤ 20

4



$a^2+b^2=20$

$c^2+d^2=20$

$(ad-bc)^2+(ac+bd)^2$

$=a^2d^2+b^2c^2+a^2c^2+b^2d^2$

$=a^2(c^2+d^2)+b^2(c^2+d^2)$

$=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$

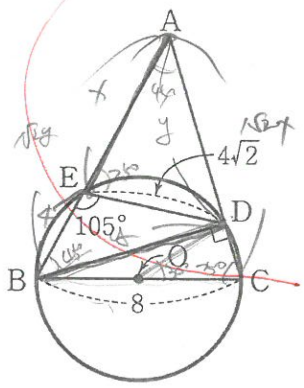
$\to 100+(ac+bd)^2$

$=400$

$(ac+bd)^2=300$

$\therefore ac+bd=10\sqrt{3}$

2. 다음 그림과 같이 지름이 $\overline{BC}=8$인 원 밖의 점 A에 대하여 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D, 원이 선분 AB와 만나는 점을 E라 하자. $\overline{DE}=4\sqrt{2}$, $\angle DEB=105^\circ$ 일 때, 선분 AE의 길이를 구하시오.
(단, $0<\angle ABC<90^\circ$, $0<\angle ACB<90^\circ$)



$\therefore 4\sqrt{3}$

길이비 → $4\sqrt{2}:8$

$=\sqrt{2}:2=1:\sqrt{2}$

$x+4=\sqrt{2}y$ ⋯ ①

$y=\frac{1}{\sqrt{2}}(x+4)$

대입

$32=x^2+y^2-2xy\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=x^2+y^2-\sqrt{2}xy$ ⋯ ②

$x^2+\frac{1}{2}(x+4)^2-\cancel{\sqrt{2}}x\cdot\frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}}(x+4)=32$

$\cancel{x^2}+\frac{1}{2}(x+4)^2-\cancel{x^2}-4x=32$

$(x+4)^2-8x=64$

$x^2+16=64$

$64-16=48$

$x^2=48$

$\therefore x=4\sqrt{3}$

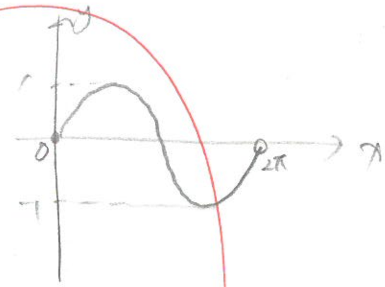
3. 방정식 $2\cos^2 x+\sin x-1=k$가 $0\le x<2\pi$에서 서로 다른 네 개의 실근을 갖도록 하는 상수 k의 값의 범위를 구하시오.

$2(1-\sin^2 x)+\sin x-1=k$

$-2\sin^2 x+\sin x+1=k$

$-2\sin^2 x+\sin x=k-1$

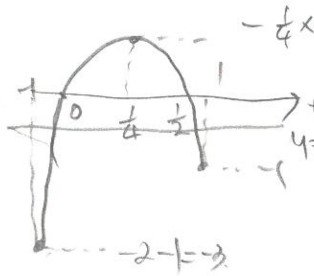
t



$-2t^2+t=k-1$

$y=-t(2t-1)$

$-\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{2}-1\right)=-\frac{1}{4}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$



$-1<k-1<\frac{1}{8}$

$0<k<\frac{9}{8}$

$\boxed{\therefore 0<k<\frac{9}{8}}$

4. 양의 실수 x에 대하여 $x-[x]$, $[x]$, x가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $x-[x]$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $\dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\dfrac{-1+\sqrt{6}}{2}$

4

$[x]^2 = x(x-[x])$

$= x^2 - x\cdot[x]$, $x=[x]+\alpha$ $(0\le\alpha<1)$

$\therefore [x]^2 = \alpha([x]+\alpha)$

$[x]^2 - \alpha\cdot[x] - \alpha^2 = 0$

$[x] = t$ 치환

$\therefore t^2 - \alpha t - \alpha^2 = 0$

$t = \dfrac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2+4\alpha^2}}{2}$

$= \dfrac{\alpha \pm \sqrt{5}\alpha}{2}$

$= \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\times\alpha$ $(\alpha\neq 0)$ must

$\therefore t = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\times\alpha$

$\therefore [x] = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\times\alpha$

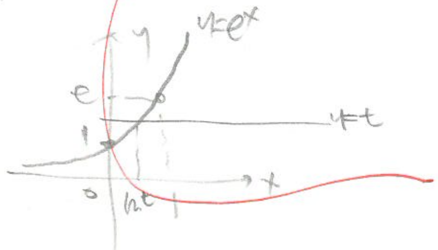
$0 < \underbrace{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\times\alpha}_{=1} < \underbrace{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}_{1.\times\times}$

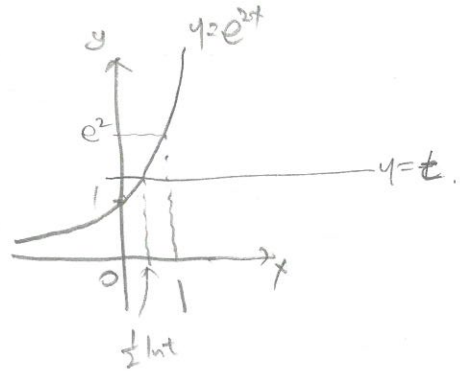
$\therefore \alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}+1} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

5. 함수 $f(t)$를 $f(t)=\displaystyle\int_0^1(|e^x-t|+|e^{2x}-t|)dx$라고 할 때, $1\le t\le e$에서 $f(t)$가 최소가 되는 t의 값은?

① 0 ② $e^{\frac{1}{2}}$ ③ $e^{\frac{2}{3}}$ ④ $e^{\frac{3}{4}}$ ⑤ e

3





$e^{2x}=t$

$2x=\ln t$

$f(t)=\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}\ln t}(t-e^{2x}+t-e^x)dx$

$+\displaystyle\int_{\frac{1}{2}\ln t}^{\ln t}(e^{2x}\cancel{-t}\cancel{+t}-e^x)dx$

$+\displaystyle\int_{\ln t}^{1}(e^{2x}-t+e^x-t)dx$

$=\left[2tx-\frac{1}{2}e^{2x}-e^x\right]_0^{\frac{1}{2}\ln t}$

$+\left[\frac{1}{2}e^{2x}-e^x\right]_{\frac{1}{2}\ln t}^{\ln t}+\left[\frac{1}{2}e^{2x}+e^x-2tx\right]_{\ln t}^{1}$

$=t\ln t-\frac{1}{2}t-\cancel{\sqrt{t}}+\frac{1}{2}+1$

$+\cancel{\frac{1}{2}t^2}-t-\frac{1}{2}t+\cancel{\sqrt{t}}+\frac{1}{2}e^2+e-2t$

$-\cancel{\frac{1}{2}t^2}-t+2t\ln t$

$=3t\ln t-5t+\frac{1}{2}e^2+e+\frac{3}{2}$ $(1\le t\le e)$

$f'(t)=3\ln t+3-5=3\ln t-2$