목록

깨단수학 실력진단 테스트

약점보완 테스트 10회

학 교 : ______________ 학 년 : ________ 이 름 : ______________

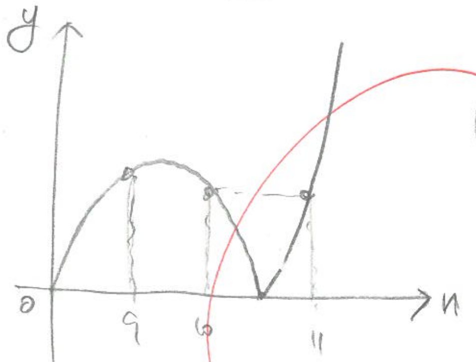
1. 첫째항이 20인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{T_n\}$을

$T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n|$

이라 하자. 수열 $\{T_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $T_9 > T_{10}$ (나) $T_{10} = T_{11}$

$\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $T_n < S_5$을 만족하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.



73

$S_{10} + S_{11} = 0$

$\frac{20+20+9d}{2} \times 10 + \frac{20+20+10d}{2} \times 11 = 0$

$(40+9d)\times 10 + (40+10d)\times 11 = 0$

90d
110d
400
440

$200d + 840 = 0$

$d = -\frac{840}{200} = -\frac{84}{20} = -\frac{21}{5}$

$S_n = -\frac{21}{10}n^2 + \square \cdot n$

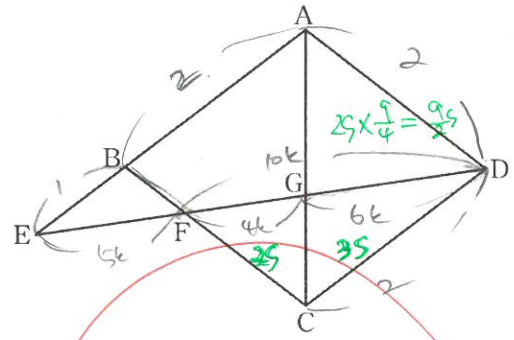
$S_1 = -\frac{21}{10} + \square = 20$

$\square = 20 + \frac{21}{10} = \frac{221}{10}$

$S_n = -\frac{21}{10}n^2 + \frac{221}{10}n$

$= -\frac{1}{10}n(21n - 221)$

2. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$인 평행사변형 ABCD가 있다. 변 AB의 연장선 위에 $\overline{BE} = 1$이 되도록 점 E를 잡고, 선분 ED가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 F, G라 하자.



※ 3과 5의 최소공배수: 15

3 : 6 = 3 : 12

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? ③

< 보 기 >

ㄱ. $\overline{BF} : \overline{AD} = 1 : 3$

ㄴ. $\overline{FG} : \overline{GD} = 5 : 7$

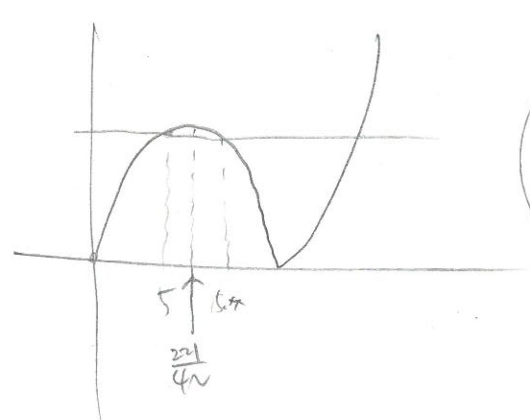
ㄷ. $\triangle GFC : \triangle ACD = 4 : 15$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄷ $\triangle GFC : \triangle ACD = 25 : (35 + \frac{25}{2})$

$= 2 : \frac{15}{2} = 4 : 15$

$T_n < S_5$



n=1, 2, 3, 4

6 7 8 9 10 11 12

$n(21n - 221) < 580$

~~13×52~~

$n \times 31$

$\frac{21}{10}n^2 - \frac{221}{10}n < -\frac{21}{10}\times 5^2 + \frac{221}{10}\times 5$

$n = \frac{221}{21}$

$n = +\frac{\frac{221}{10}}{2\times(+\frac{21}{10})}$

$= \frac{221}{42} = 5.xx$

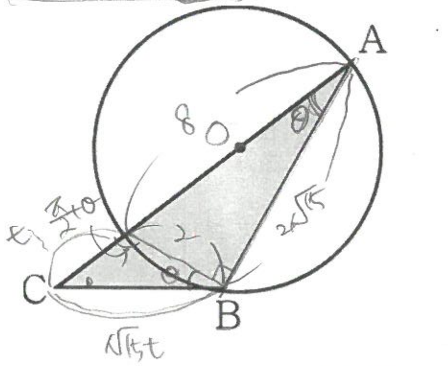
$21n^2 - 221n < -21\times 5^2 + 221\times 5$

$n(21n - 221) < -525 + 1105 = 580$

$10 + 9\times 7 = 63 + 10$

$= 73$

3. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 4인 원 위의 점 A에 대하여 $\sin(\angle OAB)=\frac{1}{4}$이 되도록 원 위에 점 B를 잡는다. 점 B에서의 접선과 선분 AO의 연장선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [대원외고 기출]



$\sin\theta = \frac{1}{4}$

$\overline{AB}^2 = 64-4 = 60$ ∴ $\overline{AB} = 2\sqrt{15}$

$15t^2 = t\times(t+8)$

$15t = t+8$

$14t = 8$

$t = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times(8+t)\times 2\sqrt{15}\times \sin\theta$

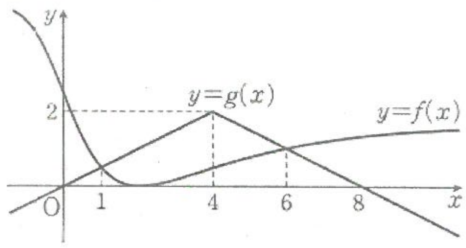
$= \frac{1}{2}\left(8+\frac{4}{7}\right)\times 2\sqrt{15}\times\frac{1}{4}$

$= \sqrt{15}\times\left(2+\frac{1}{7}\right)$

$= \frac{15}{7}\sqrt{15}$

∴ $\frac{15}{7}\sqrt{15}$

4. 함수 $f(x)=\frac{5}{2}-\frac{10x}{x^2+4}$와 함수 $g(x)=\frac{4-|x-4|}{2}$의 그래프가 다음 그림과 같다.



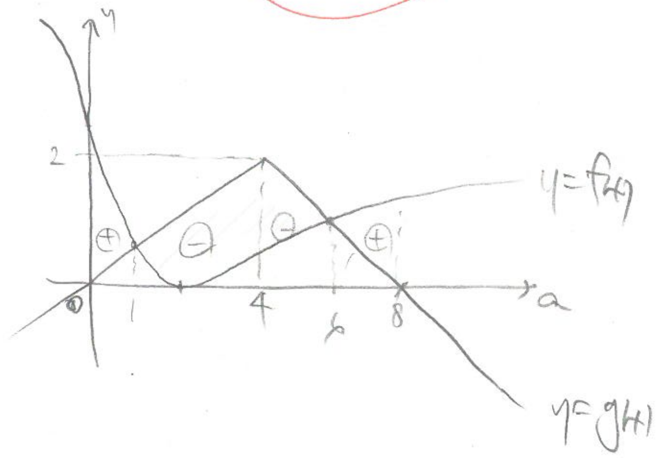
$0\le a\le 8$인 a에 대하여 $\int_0^a f(x)dx+\int_a^8 g(x)dx$의 최솟값은?

① $14-5\ln 5$ ② $15-5\ln 10$ ③ $15-5\ln 5$
④ $16-5\ln 10$ ⑤ $16-5\ln 5$

4

∴ $h(a)=\int_0^a f(x)dx+\int_a^8 g(x)dx$ $(0\le a\le 8)$

$h'(a)=f(a)-g(a)$



$h(0)=\int_0^8 g(x)dx = \frac{1}{2}\times 8\times 2 = 8$

$h(6)=\int_0^6 f(x)dx+\int_6^8 g(x)dx$

$=\int_0^6\left(\frac{5}{2}-\frac{10x}{x^2+4}\right)dx+\frac{1}{2}\times1\times2$

$=15-\left[5\ln(x^2+4)\right]_0^6+1$

$=16-5\ln 40+5\ln 4$

$=16-5\ln 10$ 답 8

$\frac{8}{5}$ $5\ln 10$

5. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ x & (x>0)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}x(2-x) & (|x-1|\le 1)\\ 0 & (|x-1|>1)\end{cases}$$

⇒ $0\le x\le 2$

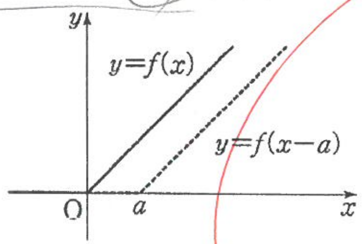
⇒ $x<0$ 또는 $x>2$

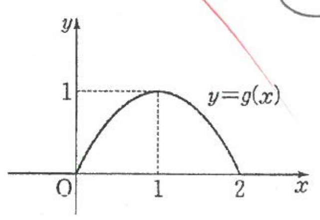
이다. 양의 실수 $k,\ a,\ b\ (a<b<2)$에 대하여, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=k\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}$$

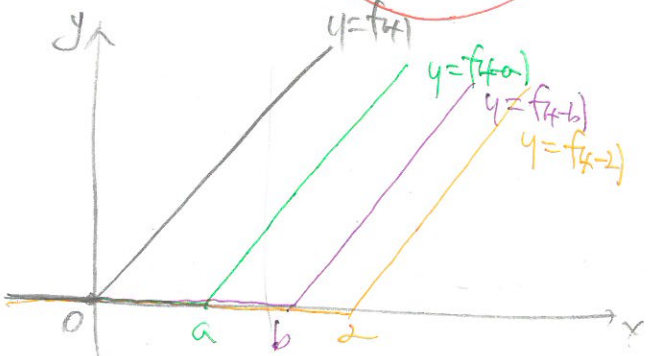
라 정의하자. 모든 실수 x에 대하여 $0\le h(x)\le g(x)$일 때, $\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$의 값이 최소가 되게 하는 $k,\ a,\ b$에 대하여 $60(k+a+b)$의 값을 구하시오.

200





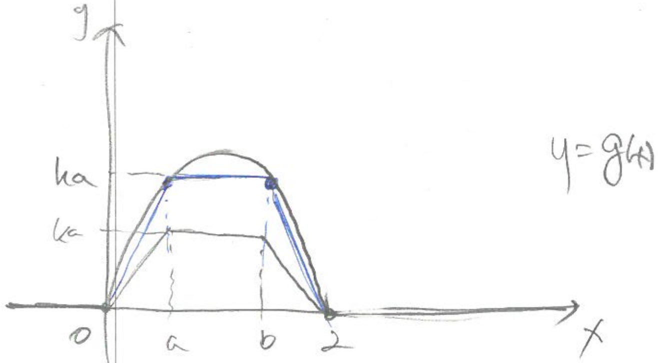
$\therefore h(x)=k\cdot\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ kx & (0\le x<a)\\ ka & (a\le x<b)\\ -kx+k(a+b) & (b\le x<2)\\ k\cdot(a+b-2) & (x\ge 2)\end{cases}$



$k\{x-(x-a)\}$

$k\{x-(x-a)-(x-b)\}$

$k\{x-(x-a)-(x-b)+(x-2)\}$



$60\times\frac{10}{3}$

$\therefore a+b-2=0 \quad\therefore a+b=2 \quad (\because 0\le h(x)\le g(x))$

$ka=a(2-a) \quad\therefore k=2-a \quad (\because \int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$ 최소$)$

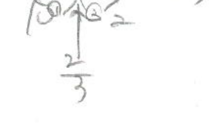
$\therefore$ (사다리꼴) $=\frac{1}{2}\times(2-a-a+2)\times ka \qquad 2>2-a>a$

$=\frac{1}{2}(4-2a)\times a\times(2-a)$

$\therefore a=\frac{2}{3},\ k=\frac{4}{3}$

$k=\frac{4}{3}$

$=(a-2)^2\cdot a \quad (0<a<1)$



$\therefore 60(k+a+b)$

$=60\times\left(\frac{4}{3}+\frac{6}{3}\right)=200$