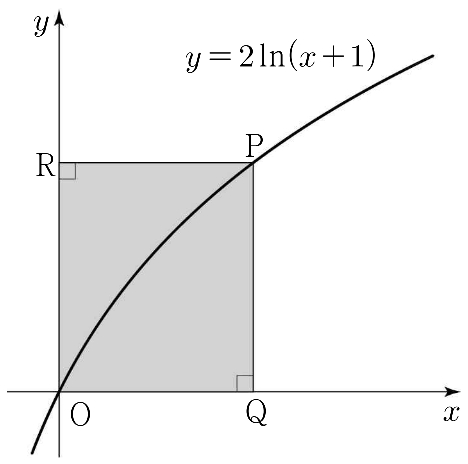
27. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=2\ln(x+1)$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ 2\ln(t+1))$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이를 $f(t)$ 라 하자. $\int_1^3 f(t)dt$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $-2+12\ln 2$　② $-1+12\ln 2$　③ $-2+16\ln 2$
④ $-1+16\ln 2$　⑤ $-2+20\ln 2$



$\int_1^3 2t\ln(t+1)dt = t^2\ln(t+1)\Big]_1^3 - \int_1^3 t^2\times\frac{1}{t+1}dt$

$=17\ln 2 - \int_1^3 \left(t-1-\frac{1}{t+1}\right)dt$

$=17\ln 2 - \left[\frac{t^2}{2}-t-\ln(t+1)\right]_1^3$

$=17\ln 2 - \left(\frac{3}{2}-2\ln 2\right)+\left(-\frac{1}{2}-\ln 2\right)$

$=-2+16\ln 2$

28. 최고차항의 계수가 1이고 역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 실수 $k\ (k>0)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x)=\begin{cases} \dfrac{g(x)-k}{x-k} & (x\neq k) \\ \dfrac{1}{3} & (x=k) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값이 최대일 때, k 의 값을 α 라 하자.

(가) $h(0)=1$
(나) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$k=\alpha$ 일 때, $\alpha\times h(9)\times g'(9)$ 의 값은? [4점]

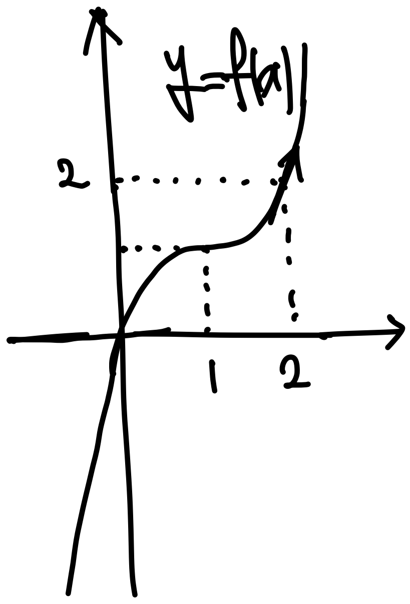
① $\frac{1}{84}$　② $\frac{1}{42}$　③ $\frac{1}{28}$　④ $\frac{1}{21}$　⑤ $\frac{5}{84}$

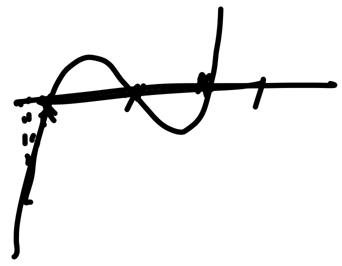
$h(0)=1 \to g(0)=f(0)=0$

(나) $\to g(k)=k,\ g'(k)=\frac{1}{3}.$

$f(x)$ 역함수 존재

$\to x^3$의 평행이동





$k=2$

$g(9)=3,\ g'(9)=\frac{1}{12}$

$\therefore 2\times\frac{1}{7}\times\frac{1}{12}=\frac{1}{42}$

단답형

29. 첫째항이 1이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$이 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty}(20a_{2n}+21|a_{3n-1}|)=0$$

이다. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3|a_n|+b_n}{a_n}$이 수렴할 때, $b_1\times\sum_{n=1}^{\infty}b_n$의 값을 구하시오. [4점]

a_n 공비$=r$이라 하면 $(r<0)$

$\sum_{n=1}^{\infty}20a_{2n}+21|a_{3n-1}|$

$=-\frac{20r}{1-r^2}+\frac{21r}{1+r^3}=0$

$20r^3+21r^2-1=0;$

$(r+1)(20r^2+r-1)=0$

$r=-1/4 \quad \therefore a_n=(-1/4)^{n-1}$

$\left\{\frac{3|a_n|+b_n}{a_n}\right\} \to$ 0으로 수렴

$\therefore -3|a_n| = -3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}=b_n$

$b_1=-3 \quad \sum_{n=1}^{\infty}b_n=-4$

$\therefore \boxed{12}$

30. 상수 $a\,(0<a<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

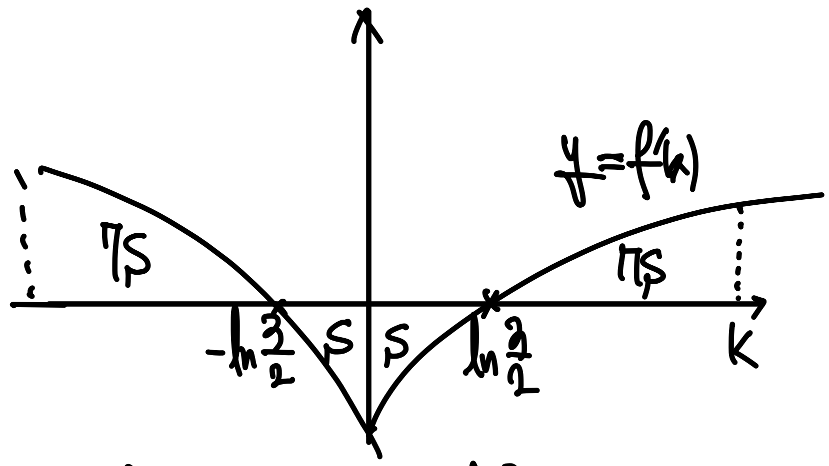
$$f(x)=\int_0^x \ln(e^{|t|}-a)dt$$

라 하자. 함수 $f(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=\ln\frac{3}{2}$에서 극값을 갖는다.

(나) $f\left(-\ln\frac{3}{2}\right)=\frac{f(k)}{6}$

$\int_0^k \frac{|f'(x)|}{f(x)-f(-k)}dx=p$일 때, $100\times a\times e^p$의 값을 구하시오. [4점]



$\int_0^k \frac{|f'(x)|}{f(x)-f(-k)}dx=-\int_0^{\ln\frac{3}{2}}+\int_{\ln\frac{3}{2}}^{k}$

$f(x)-f(-k)$ 치환.

$-\int_{6S}^{5S}\frac{1}{t}dt+\int_{5S}^{12S}\frac{1}{t}dt$

$=\ln\frac{6}{5}+\ln\frac{12}{5}=\ln\frac{72}{25}$

$a=1/2. \quad \therefore 100\times 1/2\times\frac{72}{25}=\boxed{144}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.