

제3교시

2025학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수학영역

공통

성명

김성민

수험번호

39

1

4

2

8

5

7

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.
- 23번부터는 선택과목이니 자신이 선택한 과목(확률과 통계, 미적분, 기하)의 문제지인지 확인하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

이
관

1. $(3^{-1} + 3^{-2})^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

2. 함수 $f(x) = 3x^2 - x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

$f' = 6x - 1$

$f'(1) = 5$

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_7 - S_4}{S_3} = \frac{1}{9} \text{ 일 때, } \frac{a_5}{a_7} \text{의 값은? [3점]}$$

① 1

② $\sqrt{3}$

③ 3

④ $3\sqrt{3}$

⑤ 9

$$\frac{a_5 + a_6 + a_7}{a_1 + a_2 + a_3} = r^4 = \frac{1}{9}, r = \frac{1}{3}, \frac{1}{r^2} = 3$$

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 2x + 2)f(x)$$

라 하자. $g'(1) = 10$ 일 때, $f(1) + f'(1)$ 의 값은? [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

$$g'(x) = (3x^2 + 2)f(x) + (x^3 + 2x + 2)f'(x)$$

$$g'(1) = 5f(1) + 5f'(1) = 10$$

$$\therefore f(1) + f'(1) = 2$$

5. 두 상수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 함수 $y = a \sin ax + b$ 의 주기가 π 이고 최솟값이 5일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$a=2$
 $-2+b=5, b=7$

6. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{f(x)} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x-1)}{x-3} = 4$$

를 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

$f(x) = \frac{1}{2}x^2$
 $x-3=h, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = f'(2) = 4$
 $f(2) = 0$
 $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4(x-2)$
 $f(4) = 2 + 8 = 10$

7. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k + b_k + k) = 60, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k + 1) = 10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k)$ 의 값은? [3점]

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

$$\begin{aligned} \sum a_k &= d \\ \sum b_k &= \beta \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} 2d + \beta + 55 &= 60, & 2d + \beta &= 5 \\ d - 2\beta + 10 &= 10, & 2d - 4\beta &= 0 \end{aligned} \right\} \\ \beta &= 1, \quad d = 2 \\ d + \beta &= 3 \end{aligned}$$

8. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하자.

$$f(1)=0, \quad F(1)=0, \quad F(2)=4$$

일 때, $F(3)$ 의 값은? [3점]

① 16

② 20

③ 24

④ 28

⑤ 32

$$f = 3x^2 \sim$$

$$F = x^3 \sim$$

$$F(1) = 0$$

$$F'(1) = f(1) = 0$$

$$F(x) = (x-1)^2(x-a)$$

$$F(2) = 2-a=4, \quad a=-2$$

$$F(3) = 4(3+2) = 20$$

9. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(9)와 점 B(1)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다.
두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 6t^2 - 18t + 7, \quad v_2(t) = 2t + 1$$

이다. 시각 t 에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(t)$ 의 최댓값은? [4점]

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

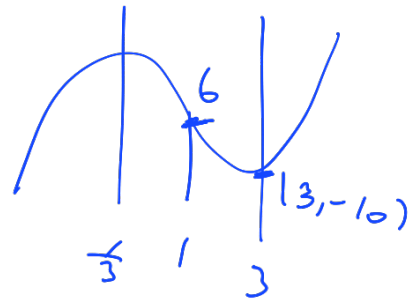
$$v_1(t) = 2t^3 - 9t^2 + 7t + 9$$

$$v_2(t) = t^2 + t + 1$$

$$f(t) = |2t^3 - 10t^2 + 6t + 8|$$

$$6t^2 - 20t + 6$$

$$\begin{array}{r} 3t \\ 2t \end{array} \quad \begin{array}{r} -1 \\ -6 \end{array}$$



$$f(1) = |6| = 6$$

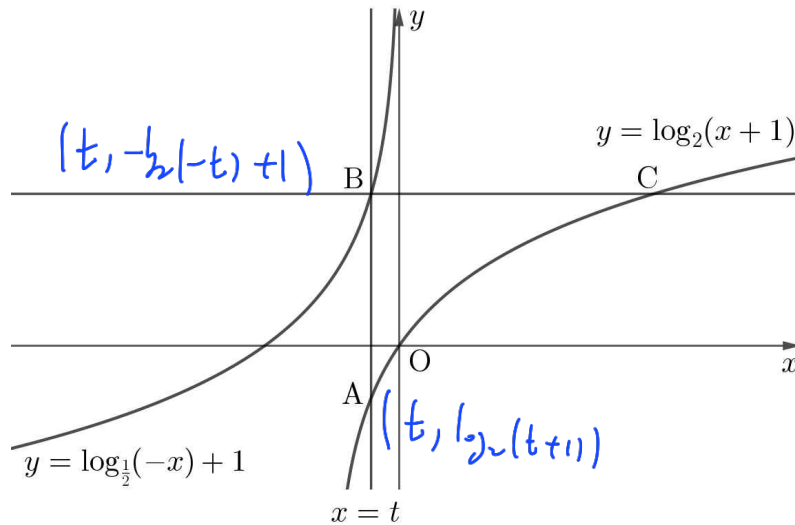
$$f(3) = |54 - 90 + 26| = 10$$

10. $-\frac{1}{2} < t < 0$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가 두 곡선

$$y = \log_2(x+1), \quad y = \log_{\frac{1}{2}}(-x) + 1$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2(x+1)$ 과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \log_2 9$ 일 때, 선분 BC의 길이는? [4점]

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$



$$\overline{AB} = -\frac{1}{2}(-t) - (\log_2(t+1) + 1) = \log_2 9$$

$$-\log_2(-t-t) = \log_2 9 - \frac{1}{2} 2 = \log_2 \frac{9}{2}$$

$$-t-t = \frac{2}{9}, \quad 9t^2 + 9t + 2 = 0$$

$$\begin{matrix} 3t & +1 \\ 3t & +2 \end{matrix} \quad t = -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$$

$$\therefore t = -\frac{1}{3} (\because -\frac{2}{3} < 0)$$

$$B(-\frac{1}{3}, \log_2 6) \quad \therefore C(5, \log_2 6), \quad \overline{BC} = \frac{16}{3}$$

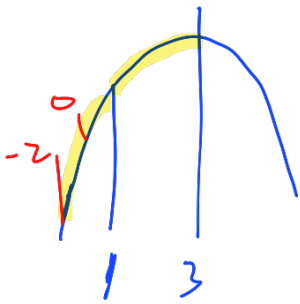
11. 최고차항의 계수가 -1 인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(3-x) = f(3+x)$ 이다. 기=3 대칭
 (나) 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때,
 $-1 \leq t \leq 1$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $g(t) = g(1)$ 이다.

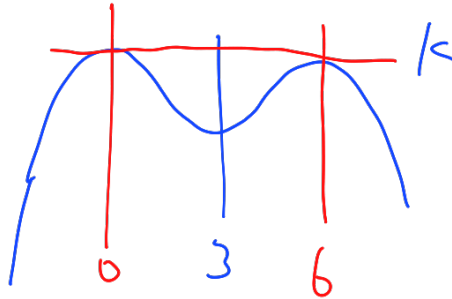
$f(2) = 0$ 일 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

[-2, 0] ~ [0, 2]
기=0 극대

- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40



(나) x



$$f(x) = -x^2(x-6)^2 + k$$

$$f(2) = -64 + k = 0, \quad k = 64$$

$$f(5) = -25 + 64 = 39$$

12. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $-(n-k)^2+8$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

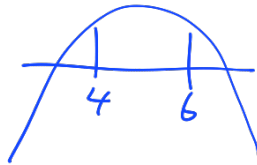
$$f(3)+f(4)+f(5)+f(6)+f(7)=7 \quad g(n)$$

/ 2 / 2 /

을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

$$\square^n = -(n-k)^2 + 8$$



$$f(3) = f(5) = f(7) = 1$$

$$f(2) = f(4) = 2$$

$$\therefore g(2) > 0$$

$$g(4) > 0$$

$$g(4) = 8 - (4-k)^2 > 0$$

$$(k-4)^2 < 8$$

2, 3, 4, 5, 6

$$g(6) = 8 - (6-k)^2 > 0$$

$$(k-6)^2 < 8$$

4, 5, 6, 7, 8

$$\left. \begin{array}{l} 2, 3, 4, 5, 6 \\ 4, 5, 6, 7, 8 \end{array} \right\} 4+5+6 = 15$$

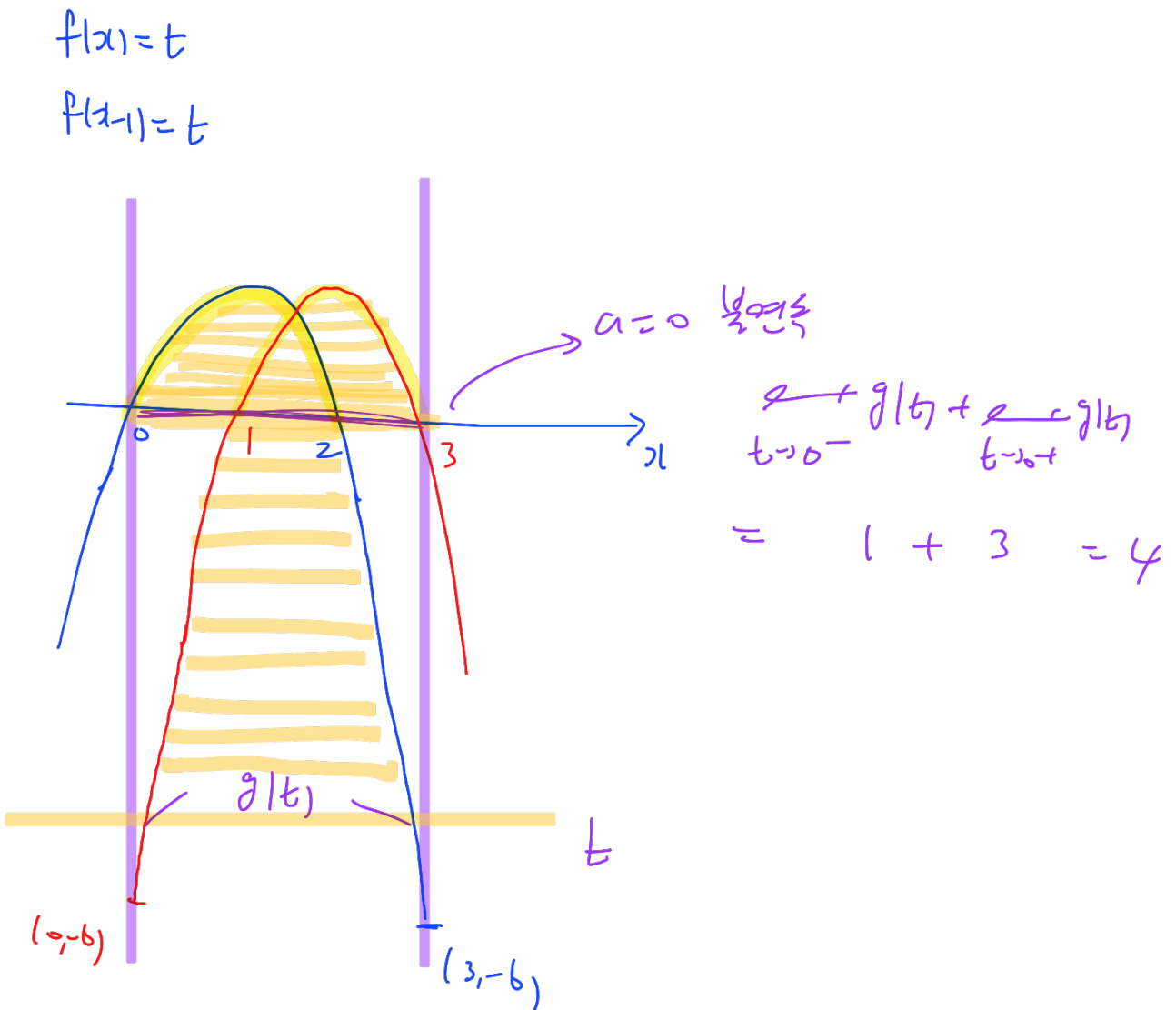
13. $-6 \leq t \leq 2$ 인 실수 t 와 함수 $f(x) = 2x(2-x)$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\{f(x)-t\}\{f(x-1)-t\}=0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$ 에 속하는 가장 큰 값과 가장 작은 값의 차를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 $t=a$ 에서 불연속이다. $\lim_{t \rightarrow a^-} g(t) + \lim_{t \rightarrow a^+} g(t)$ 의 값은? (단, a 는 $-6 < a < 2$ 인 상수이다.)

[4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



14. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_5|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_2 = 27, a_3 a_4 > 0$

(나) 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 2|a_n|$ 이다.

① 224

② 232

③ 240

④ 248

⑤ 256

$$S_n = 2|a_n|$$

$$- \left\{ \begin{array}{l} S_{n-1} = 2|a_{n-1}| \end{array} \right.$$

$$a_n = 2|a_n| - 2|a_{n-1}| \quad (n \geq 2)$$

$a_n \geq 0$	$a_n < 0$
$a_n = 2 a_{n-1} $	$a_n = -\frac{2}{3} a_{n-1} $

$$a_2 = 27$$

$$a_3 > 0$$

$$a_4 > 0$$

$$a_3 < 0$$

$$a_4 < 0$$

$$a_3 = 54$$

$$a_4 = 108$$

$$a_3 = -18$$

$$a_4 = -12$$

$$a_5 = 216, -72$$

$$a_5 = 24, -8$$

$$|a_5| = 216, 72, 24, 8 \quad \begin{array}{l} M = 216 \\ m = 8 \end{array} \Rightarrow M+m = 224$$

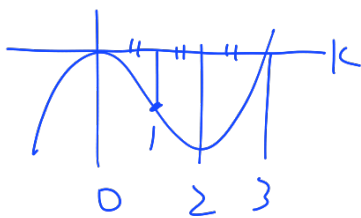
15. 최고차항의 계수가 1 이고 $f'(0)=f'(2)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 양수 p 와 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq x) \\ f(x-p)+3p & (f(x) < x) \end{cases} \quad p > 0$$

f(x)는 기축 p, y축 3p 이등 (기축이 3 직선위)

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $4-3\sqrt{6}$ ② $2-2\sqrt{6}$ ③ $3-2\sqrt{6}$ ④ $3-\sqrt{6}$ ⑤ $4-\sqrt{6}$



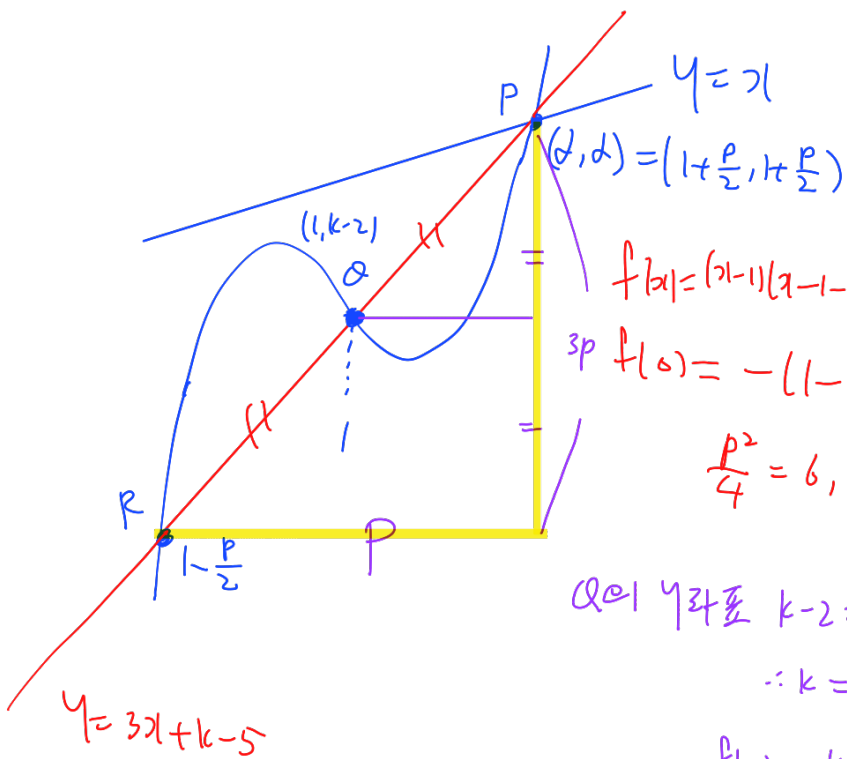
$f(x) = x^2(x-3) + k$, $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

f(x)와 y=x의 교점: x

$f(0) = k$

기-다 미분가능 $f(x) = f(x-p) + 3p$
 $f'(x) = f'(x-p)$
 $f'(x)$ 이 $x=1$ 대칭, $x + x-p = 2$, $x = 1 + \frac{p}{2} > 1$

∴ 다른 변곡점 무늬에 준하여
 ($x = 1 + \frac{p}{2}$ 로 유일 → 교점여)



$f(x) = (x-1)(x-1-\frac{p}{2})(x-1+\frac{p}{2}) + 3x + k - 5$

$3p f(0) = -(1-\frac{p^2}{4}) + k - 5 = k$

$\frac{p^2}{4} = 6, p = 2\sqrt{6}, p = 2\sqrt{6}$

Q의 y좌표 $k-2 = (1+\frac{p}{2}) - \frac{3}{2}p$
 $\therefore k = 3 - p = 3 - 2\sqrt{6}$
 $f(0) = k = 3 - 2\sqrt{6}$

16. 부등식 $4^x - 9 \times 2^{x+1} + 32 \leq 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

$$2^k = t \quad (t > 0)$$

$$t^2 - 18t + 32 \leq 0$$

$$2 \leq t \leq 16$$

$$1 \leq k \leq 4 \quad 1, 2, 3, 4$$

10

17. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_{12} = 5, \quad |a_5| = |a_{13}|$$

을 만족시킬 때, a_{24} 의 값을 구하시오. [3점]

25

$$a_5 = a_{13} \quad d = 0 (\times)$$

$$a_5 = -a_{13} \rightarrow a_5 + a_{13} = 2a_9 = 0 \quad \therefore a_9 = 0$$

$$3d = 5$$

$$\therefore a_{24} = a_{12} + 12d = 5 + 20 = 25$$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오.

36

[3점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다. 기함수

(나) $\int_{-2}^2 xf(x) dx = \frac{144}{5}$

$$f(x) = x^3 + ax$$

$$\int_0^2 (x^4 + ax^3) dx = \frac{72}{5}$$

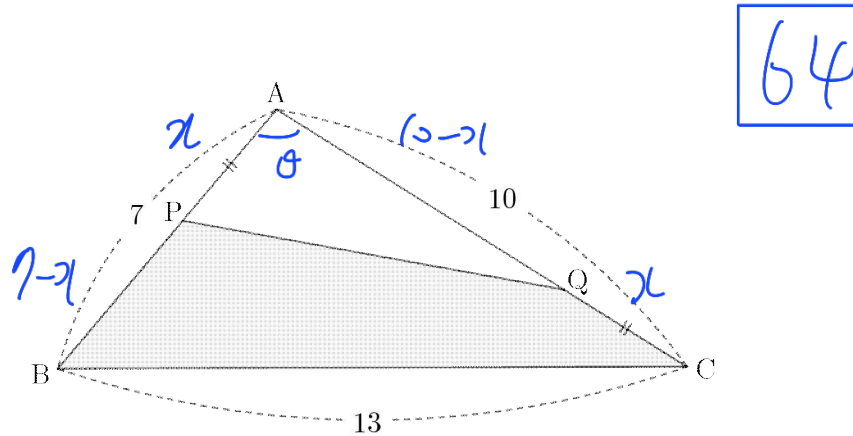
$$\frac{1}{5} \cdot 2^5 + \frac{a}{5} \cdot 2^3 = \frac{72}{5}$$

$$3 \times 32 + 40a = 216$$

$$a = 3$$

$$f(3) = 27 + 9 = 36$$

19. 그림과 같이 $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=13$, $\overline{CA}=10$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 P와 선분 AC 위의 점 Q를 $\overline{AP}=\overline{CQ}$ 이고 사각형 PBCQ의 넓이가 $14\sqrt{3}$ 이 되도록 잡을 때, \overline{PQ}^2 의 값을 구하시오. [3점]



$$\cos \theta = \frac{149-169}{2 \cdot 7 \cdot 10} = -\frac{1}{7}, \quad \sin \theta = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\square PBCQ = \frac{c}{2} (7 \cdot 10 - x(10-x)) \cdot \frac{4\sqrt{3}}{7} = 14\sqrt{3}$$

$$70 - 10x + x^2 = 49$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad x=3, 7 \quad \therefore x=3 \quad (0 < x < 7)$$

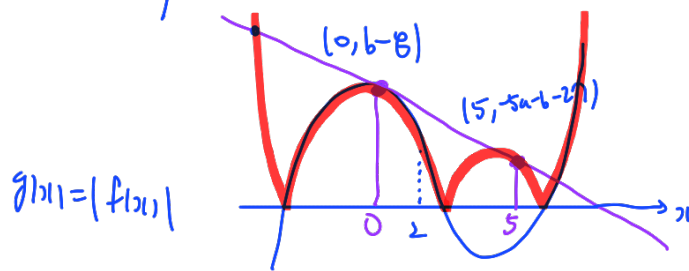
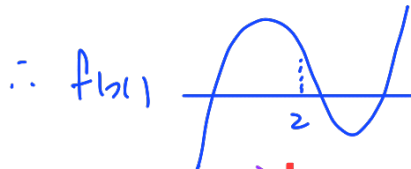
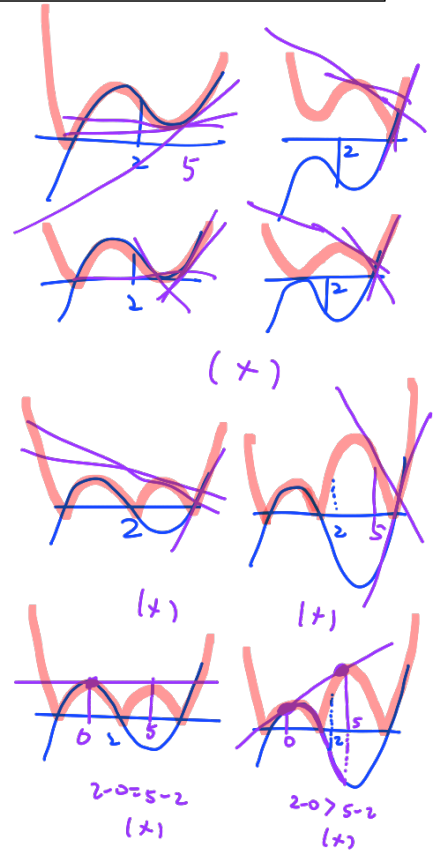
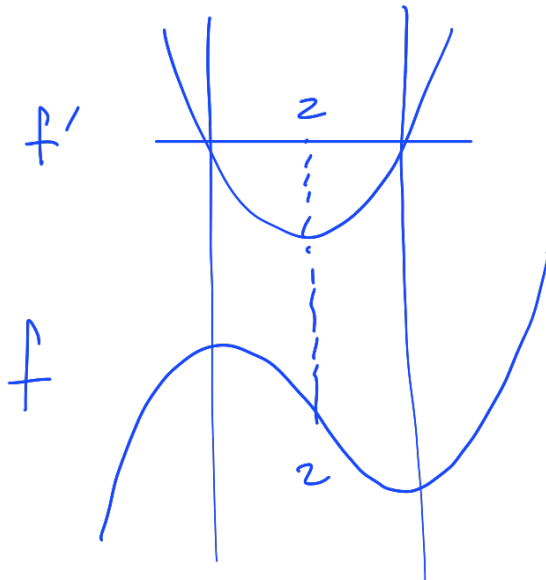
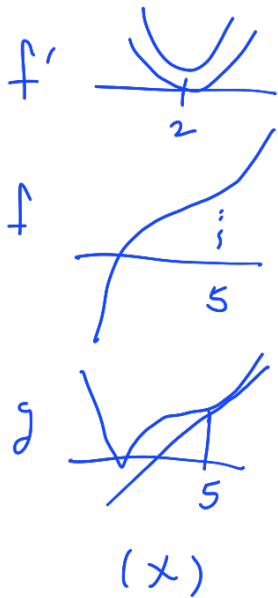
$$PQ^2 = 9 + 49 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = 58 + 6 = 64$$

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = |f(x)|$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

118

- (가) 함수 $y = f'(x)$ 의 그래프는 직선 $x=2$ 에 대하여 대칭이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=5$ 에서 미분가능하고,
 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(5, g(5))$ 에서의 접선은 곡선 $y = g(x)$ 와 점 $(0, g(0))$ 에서 접한다.

$$f' = 3(x-2)^2 + a$$



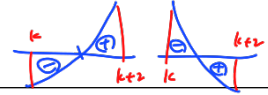
$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)^3 + ax + b \\ f(0) &= b - B \\ f(5) &= 5a + b + 2a \\ f'(0) &= a + 2, \quad f'(0) + f'(5) = 0 \\ f'(5) &= a + 7, \quad \therefore a = -\frac{32}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + 2 &= \frac{-5a - 2b - 19}{5 - 0} \\ 5(a + 2) &= -5a - 2b - 19 \\ 5a + 10 &= -5a - 2b - 19 \\ 5a + 10 &= -5a - 2b - 19 \\ 2b &= -10a - 29 = 116 \\ b &= 58 \\ \therefore g(8) &= f(8) = 216 + 8a + b \\ &= 216 - 156 + 58 = 118 \end{aligned}$$

22. 함수 $f(x) = x^2 - 2x$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $\{h(x) - f(x)\}\{h(x) - g(x)\} = 0$ 이다.

(나) $h(k)h(k+2) \leq 0$ 을 만족시키는 서로 다른 실수 k 의 개수는 3이다.



$f(10) = 80 \therefore h(10) = g(10)$

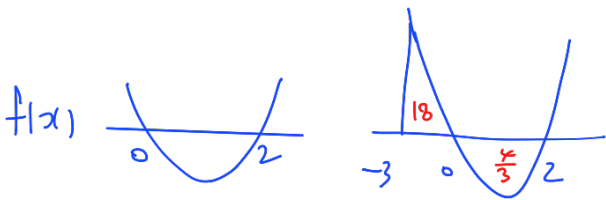
부등번호순 고려

$\int_{-3}^2 h(x) dx = 26$ 이고 $h(10) > 80$ 일 때, $h(1) + h(6) + h(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

156

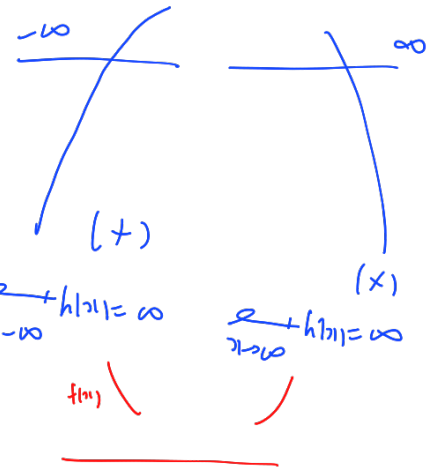
$h(x) = f(x)$ 아 $h(x) = g(x)$

$h(x) < 0$ 이려면 $h(x) = f(x)$ 가 되어야 함 $\int_{-3}^2 h = 26$ 만족 \times
 $h(x) > 0$ 이면 $h(x) = g(x)$ 가 되어야 함 $\int_{-3}^2 h = 26$ 만족 \times

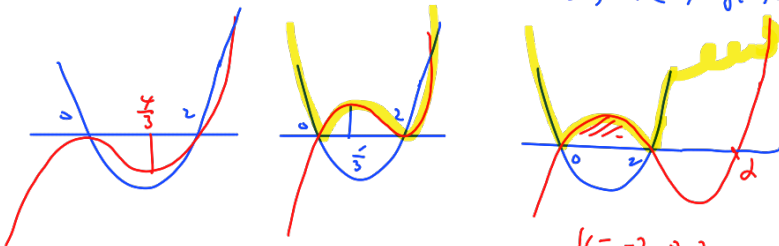


$\int_{-3}^0 (x^3 - 2x^2) dx = -[-9 - 9] = 18$

$\frac{1}{6}(2)^3 = \frac{4}{3}$



$h(x) = 0$ 의 해가 0, 2가 아니면 (나) 만족 \times , $g(10) = g(10) = 80$



k 무한개 (X)

$k = -2, 0, 2$
 $\int_0^2 h = \frac{1}{12} \cdot 2^4 = \frac{4}{3}$

$\int_{-3}^2 h \neq 26$ (X)

$k = -2, 0, 2$
 $g(x) = x(x-2)(x-d)$, $g(10) = 80(10-d) > 80$, $d < 10$
 $\int_0^2 g(x) dx = 80$ 이려면 $\int_{-3}^2 h = 26$ 만족

$\frac{1}{6}(2)^3(d-1) = 8 \therefore d = 7$, $g(x) = x(x-2)(x-7)$

$\therefore h(1) + h(6) + h(9)$

$= g(1) + f(6) + g(9) = 6 + 24 + 126 = 156$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수 학 영 역

확률과 통계

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(49, \frac{3}{7}\right)$ 을 따를 때, $V(2X)$ 의 값은? [2점]

① 16

② 24

③ 32

④ 40

⑤ 48

$$V(X) = 49 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = 12, \quad 4V(X) = 48$$

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A|B) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cup B) = \frac{7}{10}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{10}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{7}{10}$

$P(A) = \frac{1}{2}$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10}$

$\frac{1}{2} + 가 - \frac{1}{2}가 = \frac{7}{10}$

한가 = $\frac{1}{5}$, 가 = $\frac{2}{5}$

25. $(x^2 + y)^4 \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y^2} \right)^5$ 의 전개식에서 $\frac{x^4}{y^5}$ 의 계수는? [3점]

① 80

② 120

③ 160

④ 200

⑤ 240

$x^2 \quad y \quad \frac{2}{x} \quad \frac{1}{y^2}$

~~4 0~~

3 1 2 3 $4C_3 \times 5C_2 \cdot 2^2 \cdot 1$

~~2 2~~

~~1 3~~

~~0 4~~

$= 4 \times 10 \times 4 = 160$

26. 어느 사관학교 생도의 일주일 수면 시간은 평균이 45시간, 표준편차가 1시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 사관학교 생도 중 임의추출한 36명의 일주일 수면 시간의 표본평균이 44시간 45분 이상이고 45시간 20분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6915 ② 0.8185 ③ 0.8413 ④ 0.9104 ⑤ 0.9772

$$X \sim N(45, 1^2) \quad n=36$$

$$\bar{X} \sim N(45, (\frac{1}{6})^2)$$

$$P\left(44\frac{3}{4} \leq \bar{X} \leq 45\frac{1}{3}\right)$$

$$P\left(-\frac{3}{2} \leq Z \leq 2\right) = 0.9104$$

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

- (가) $x = 1, 2, 3$ 일 때 $f(x) \leq f(x+1)$ 이다.
 (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 2이다.

① 50

② 60

③ 70

④ 80

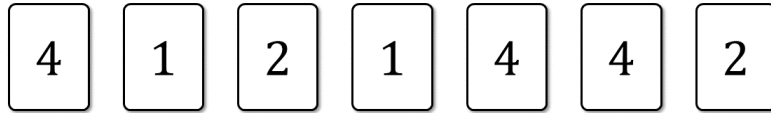
⑤ 90

$$f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$$

$$5 \left(2 \times \left((2H_4 - 2) \times 2 + 2 \times 1 \right) \right)$$

$$= 10 \times 8 = 80$$

28. 숫자 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차를 각각 a, b, c, d, e, f 라 하자. 예를 들어 그림과 같이 나열한 경우 $a=3, b=1, c=1, d=3, e=0, f=2$ 이다.



$a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 되도록 카드를 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ① 100
- ② 110
- ③ 120
- ④ 130
- ⑤ 140

$11 / 22444$

↓

가 2개

↓

나 1개

↓

다 1개

가=4=0
나 [가21
 나21

i) $\begin{matrix} \text{가}=0 \\ \text{나}=0 \end{matrix} \frac{5!}{2!3!} = 10$

ii) $\text{가}+\text{나}+\text{다}=5 \left(\begin{matrix} \text{가}21 \\ \text{나}21 \end{matrix} \right) 3H_3 \times 10 = 100 \quad] 110$

29. 흰 공 1개, 검은 공 1개, 파란 공 1개, 빨간 공 1개가 들어 있는 주머니가 있다.

이 주머니에서 임의로 하나의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 색의 종류의 수를 확률변수 X 라 할 때, $E(64X-10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

165

X	1	2	3	4	
$P(X=x)$	$\frac{1}{64}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{36}{64}$	$\frac{6}{64}$	1

$$P(X=1) = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{64}$$

$$P(X=4) = \frac{4!}{4^4} = \frac{24}{4^4} = \frac{6}{64}$$

$$P(X=3) = \frac{{}^4C_1 \times {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!}}{4^4} = \frac{144}{4^4} = \frac{36}{64} \quad \therefore P(X=2) = \frac{21}{64}$$

1 1 2 3

$$E(X) = \frac{1+4 \times 2 + 6 \times 3 + 24}{64} = \frac{175}{64}$$

$$\therefore E(64X-10) = 175 - 10 = 165$$

30. 흰 공 1개, 검은 공 6개, 노란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 이 시행을 반복하여 주머니에 남아 있는 공의 색의 종류의 수가 처음으로 2가 되면 시행을 멈춘다. 시행을 멈출 때까지 꺼낸 공의 개수가 4일 때, 꺼낸 공 중에 흰 공이 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

$$BBBW \quad \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} \quad 120 \quad 2$$

$$BBYW \quad 3 \times \frac{6 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} \quad 180 \quad 3$$

$$BBYY \quad 3 \times \frac{6 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} \quad 180 \quad 3$$

$$\boxed{13} \quad [4\text{점}]$$

$$\frac{5}{2+3+3} = \frac{5}{8}$$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2025학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

미 적 분

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{4 + \frac{1}{n}} - 2 \right)$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$

$$\frac{1}{n} = t$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+t}-2}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{t(\sqrt{4+t}+2)} = \frac{1}{4}$$

24. 함수 $f(x) = e^{x^2}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f\left(\frac{k}{n}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}e - \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}e - \frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}e - \frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}e - \frac{1}{4}$

$\left(\begin{array}{l} \frac{k}{n} \rightarrow x \\ \frac{1}{n} \rightarrow dx \end{array} \right)$

$$\int_0^1 x e^{x^2} dx$$

$x^2 = t$
 $2x dx = dt$

$$\frac{1}{2} \int_0^1 e^t dt = \frac{1}{2}(e-1)$$

25. 함수 $f(x) = \ln(e^x + 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x) = \{g(x)\}^2$ 에 대하여 $h'(\ln 4)$ 의 값은? [3점]

- ① $2\ln 2$ ② $3\ln 2$ ③ $4\ln 2$ ④ $5\ln 2$ ⑤ $6\ln 2$

$$h'(x) = 2g(x)g'(x)$$

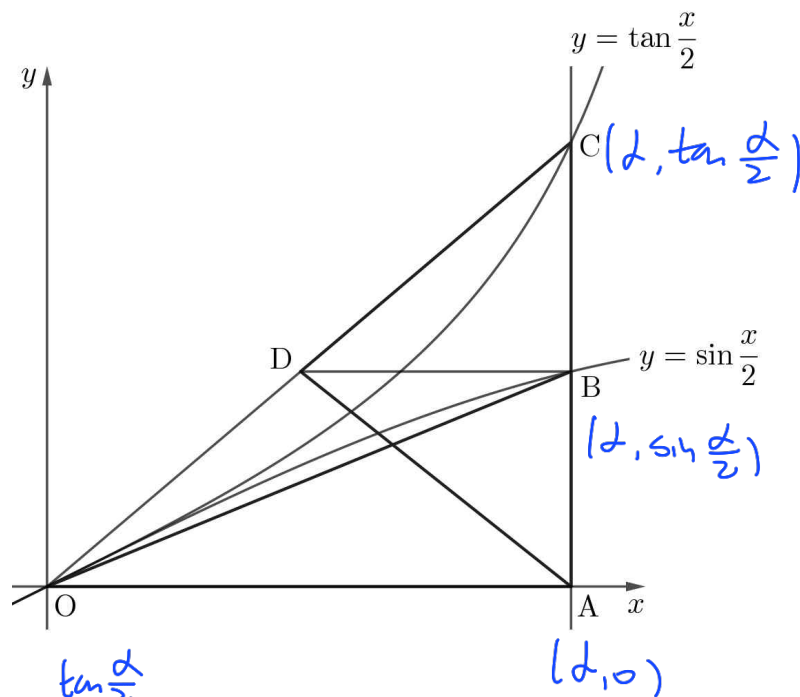
$$h'(\ln 4) = 2g(\ln 4)g'(\ln 4)$$

$$= 2\ln 2 \times 2 = 4\ln 2$$

$f(\ln 2) = \ln 4$ $f'(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$
 $g(\ln 4) = \ln 2$ $f'(\ln 2) = \frac{1}{2}$
 $g'(\ln 4) = \frac{1}{f'(\ln 2)} = 2$

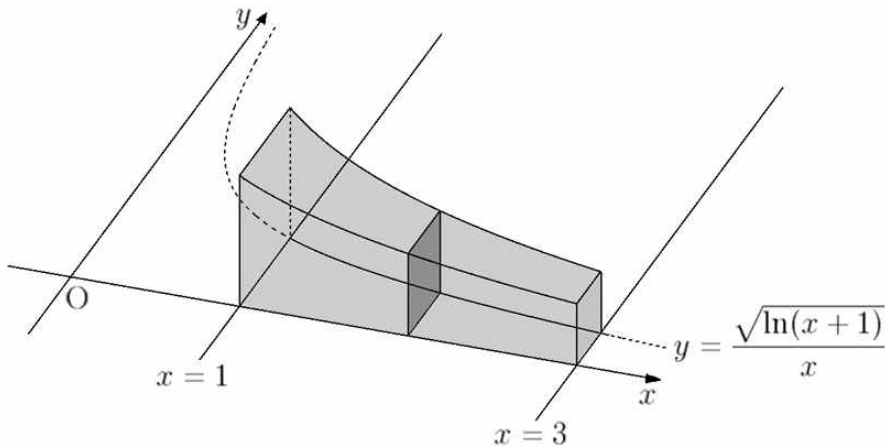
26. $0 < t < \pi$ 인 실수 t 에 대하여 점 $A(t, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 곡선 $y = \sin \frac{x}{2}$, $y = \tan \frac{x}{2}$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하고, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 선분 OC와 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $f(t)$, 삼각형 ACD의 넓이를 $g(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{g(t)}{\{f(t)\}^2}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$



$OC: y = \frac{\tan \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$ 기 $y = \sin \frac{\alpha}{2} \rightarrow x = \alpha \cos \frac{\alpha}{2}$ $D(\alpha \cos \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{2})$
 $g(t) = \frac{1}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot (\alpha - \alpha \cos \frac{\alpha}{2})$
 $f(t) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$
 $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \alpha (1 - \cos \frac{\alpha}{2})}{\frac{1}{4} \alpha^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

27. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{\sqrt{\ln(x+1)}}{x}$ ($x > 0$)과 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=3$ 으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{1}{3} \ln \frac{9}{8}$ ② $\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{3} \ln \frac{9}{2}$ ④ $\frac{1}{3} \ln \frac{27}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3} \ln \frac{27}{2}$

$$\int_1^3 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$$

$$= -\frac{1}{x} \ln(x+1) \Big|_1^3 + \int_1^3 \frac{1}{x(x+1)} dx \quad \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) = \ln x - \ln(x+1)$$

$$= \ln \frac{x}{x+1}$$

$$= -\frac{1}{3} \ln 4 + \ln 2 + \ln \frac{x}{x+1} \Big|_1^3$$

$$= \frac{1}{3} \ln 2 + \ln \frac{3}{4} - \ln \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \ln 2 + \ln \frac{3}{2} = \frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3} \ln \frac{27}{8} = \frac{1}{3} \ln \frac{27}{4}$$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x (x-t)f(t)dt = e^{2x} - 2x + a$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선을 l 이라 할 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $2 - \frac{6}{e^2}$ ② $2 - \frac{7}{e^2}$ ③ $2 - \frac{8}{e^2}$ ④ $2 - \frac{9}{e^2}$ ⑤ $2 - \frac{10}{e^2}$

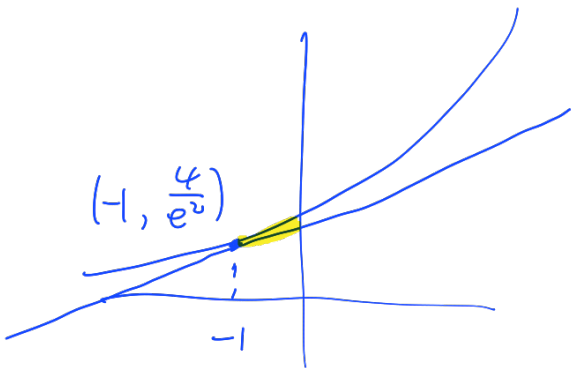
$x=0 \rightarrow 0 = 1+a, a=-1$

양변미분 $\rightarrow \int_0^x f(t)dt = 2e^{2x} - 2$

양변미분 $\rightarrow f(x) = 4e^{2x}, f'(x) = 8e^{2x}, f'(-1) = \frac{8}{e^2}$

$y = \frac{8}{e^2}(x+1) + \frac{4}{e^2}$

$= \frac{8}{e^2}x + \frac{12}{e^2}$



$\int_{-1}^0 (4e^{2x} - \frac{8}{e^2}x - \frac{12}{e^2}) dx$

$= 2e^{2x} - \frac{4}{e^2}x^2 - \frac{12}{e^2}x \Big|_{-1}^0$

$= 2 - (\frac{2}{e^2} - \frac{4}{e^2} + \frac{12}{e^2}) = 2 - \frac{10}{e^2}$

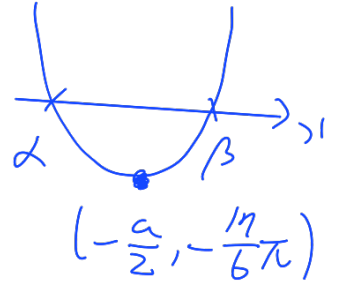
29. 두 실수 a, b 에 대하여 x 에 대한 방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근을 α, β 라 하자.

$(\alpha-\beta)^2 = \frac{34}{3}\pi$ 일 때, 함수 $f(x) = \sin(x^2+ax+b)$ 가 $x=c$ 에서 극값을 갖도록 하는 c 의 값 중에서 열린구간 (α, β) 에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 c_1, c_2, \dots, c_n (n 은 자연수)라 하자. $(1-n) \times \sum_{k=1}^n f(c_k)$ 의 값을 구하시오. (단, $\alpha < \beta$) [4점]

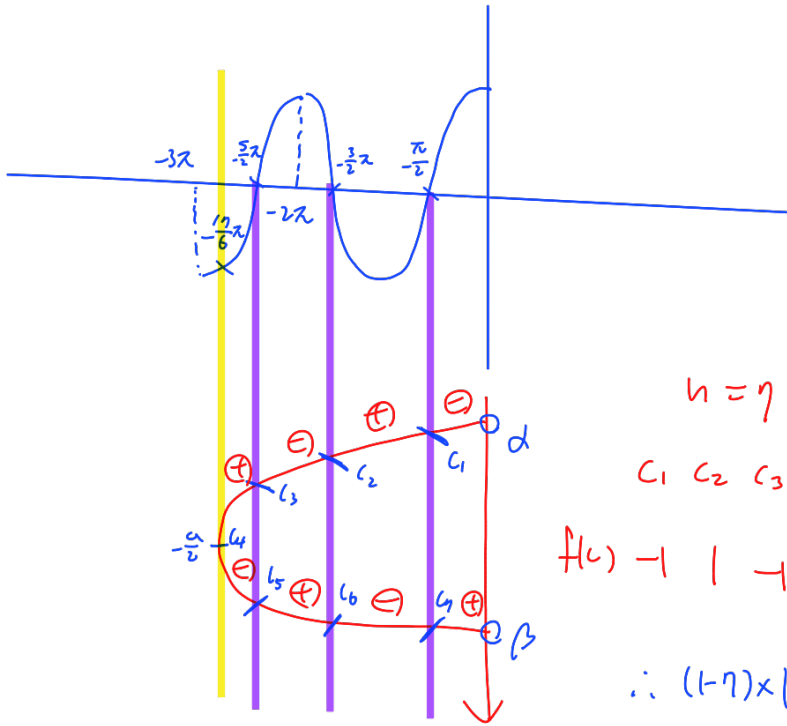
15

$$|\alpha-\beta| = \sqrt{a^2-4b} \quad \therefore (a-\beta)^2 = a^2-4b = \frac{34}{3}\pi$$

$$x^2+ax+b = \left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + b - \frac{a^2}{4}, \quad b - \frac{a^2}{4} = -\frac{17}{6}\pi$$



$$f'(x) = \cos(x^2+ax+b) \times (2x+a)$$



$$n=7$$

$$c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7$$

$$f(c_k) \ 1 \ 1 \ -\frac{1}{2} \ -1 \ 1 \ 1 \ -1$$

$$\therefore (1-7) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 15$$

30. 양수 k 와 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|x-2|^{2n+1} + f(x)}{|x-2|^{2n} + k} & (|x-2| \neq 1) \\ \frac{|f(x+1)|}{k+1} & (|x-2|=1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(g(x))$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $10(M+m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$g(x)$

$ x-2 > 1$	$ x-2 $	$(x < 1, x > 3)$	$k=1$ 연속 $\rightarrow 1 = \frac{f(1)}{k} = \frac{ f(2) }{k+1}$
$ x-2 < 1$	$\frac{f(x)}{k}$	$(1 < x < 3)$	$k=3$ 연속 $\rightarrow 1 = \frac{f(3)}{k} = \frac{ f(4) }{k+1}$
$ x-2 =1$	$\frac{ f(x+1) }{k+1}$	$(x=1, 3)$	$\therefore f(1)=f(3)=k, f(2) = f(4) =k+1$

$f(x) = a(x-1)(x-3) + k$

$f(2) = |k-a| = k+1 \quad \therefore 2k+2a=0, a=-k$

$f(4) = |k+3a| = k+1 \quad |2k|=k+1, k=1 (k>0)$
 $a=-1$

$f(x) = -(x-1)(x-3) + 1 = -x^2 + 4x - 2$

$1 \leq x \leq 3$
 $g(x) = t, (1 \leq t \leq 2)$
 $f(g(x)) = f(t) (1 \leq t \leq 2)$
 $M = f(2) = 2$
 $m = f(1) = 1$
 $\therefore 10(M+m) = 30$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2025학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

기 하

23. 좌표공간의 점 $A(1, -2, 3)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 P 라 하고, 점 A 를 zx 평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이는? [2점]

① $4\sqrt{3}$

② $5\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{13}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ $2\sqrt{14}$

$$P(-1, -2, 3)$$

$$Q(1, 2, 3)$$

$$PQ = \sqrt{4 + 16 + 36} = 2\sqrt{14}$$

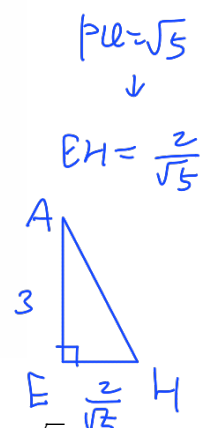
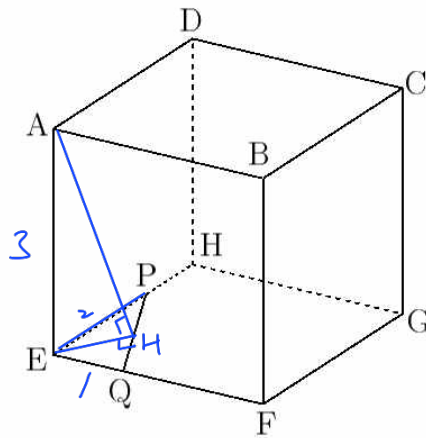
24. 좌표평면에서 방향벡터가 $\vec{u}=(3, 1)$ 인 직선 l 과 법선벡터가 $\vec{n}=(1, -2)$ 인 직선 m 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

$\vec{u}_1 = (3, 1), \vec{u}_2 = (2, 1)$

$\cos\theta = \frac{|6+1|}{\sqrt{10}\sqrt{5}} = \frac{7}{5\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$

25. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정육면체 ABCD-EFGH에서 선분 EH를 2:1로 내분하는 점을 P, 선분 EF를 1:2로 내분하는 점을 Q라 할 때, 점 A와 직선 PQ 사이의 거리는? [3점]



$AH = \sqrt{9 + \frac{4}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$

- ① $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{17\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{5}}{5}$

$(4,0) \rightarrow (12,-2)$

26. 포물선 $(y+2)^2 = 16(x-8)$ 의 초점에서 포물선 $y^2 = -16x$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 하자. 포물선 $y^2 = -16x$ 의 초점을 F라 할 때, $\overline{PF} + \overline{QF}$ 의 값은? [3점]

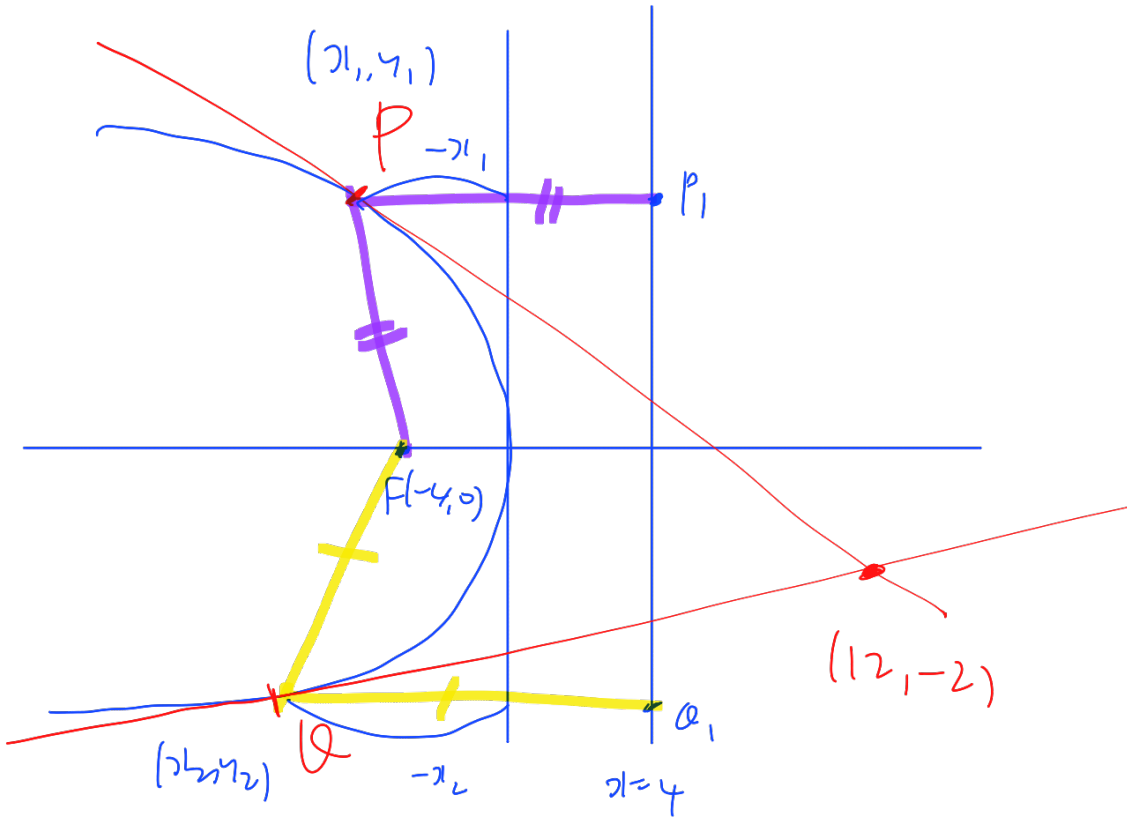
① 33

② 34

③ 35

④ 36

⑤ 37



$\overline{PF} + \overline{QF} = \overline{PP_1} + \overline{QQ_1}$

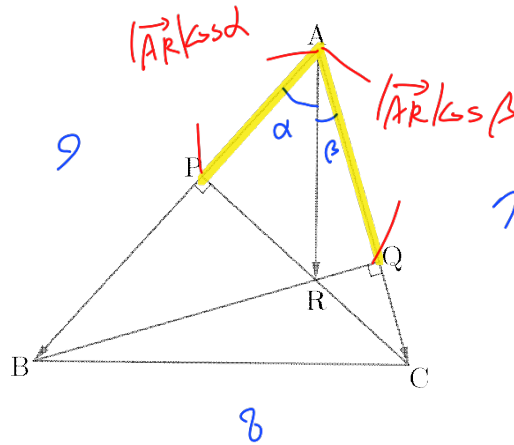
$P(x_1, y_1) \quad y_1^2 = -16x_1$
 $Q(x_2, y_2) \quad y_2^2 = -16(x_2 + 4)$
 $-2y_1 = -8(12 + x_1)$
 $y_1 = 4(12 + x_1)$
 $y_2^2 = 16(x_1 + 12)^2$

$(x_1 + 12)^2 = -x_1$
 $x_1^2 + 25x_1 + 144 = 0$

$x_1 + x_2 = -25$

$\therefore \overline{PP_1} + \overline{QQ_1} = -x_1 - x_2 + 8$
 $= 33$

27. 그림과 같이 $\overline{AB}=9$, $\overline{BC}=8$, $\overline{CA}=7$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 P, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 두 선분 CP, BQ의 교점을 R이라 할 때, $\overrightarrow{AR} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ 의 값은? [3점]



① 62

② 64

③ 66

④ 68

⑤ 70

$$\cos A = \frac{8^2 + 9^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{66}{2 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{11}{24}$$

$$|\overrightarrow{AP}| = 9 \cos A$$

$$\overrightarrow{AR} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$|\overrightarrow{AQ}| = 9 \cos A$$

$$= |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AR}| \cos \alpha + |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{AR}| \cos \beta$$

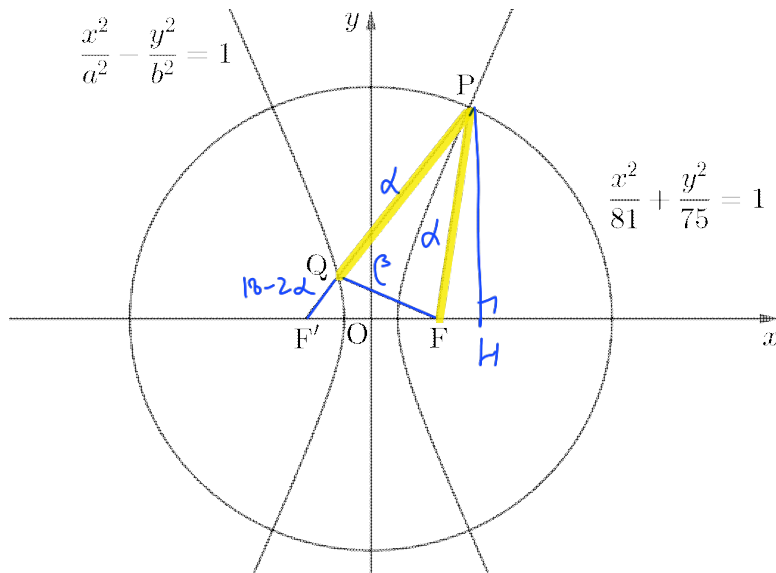
$$= |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AP}| + |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{AQ}|$$

$$= 9 \cdot 9 \cos A + 7 \cdot 9 \cos A = 33 + 33 = 66$$

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{75} = 1$ 과 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 타원과 쌍곡선이 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P 라 하고, 선분 $F'P$ 가 쌍곡선과 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킬 때, 점 P 의 x 좌표는? (단, a 와 b 는 양수이다.) [4점]

$c^2 = 6, c = \sqrt{6}$

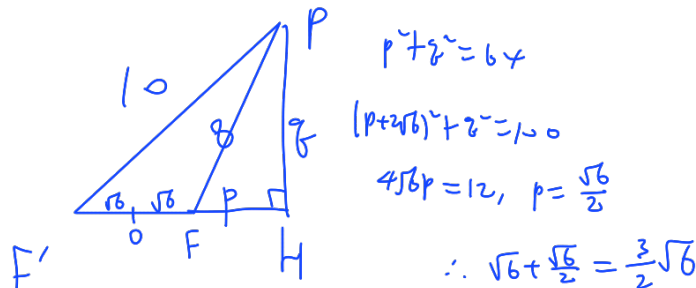
- (가) $\overline{PQ} = \overline{PF}$
- (나) 삼각형 PQF 의 둘레의 길이는 20이다.



- ① $\sqrt{13}$
- ② $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
- ③ $\sqrt{14}$
- ④ $\frac{\sqrt{58}}{2}$
- ⑤ $\sqrt{15}$

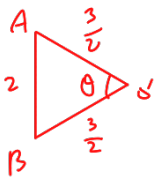
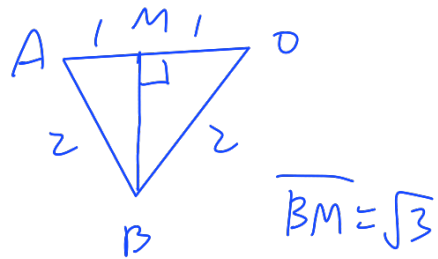
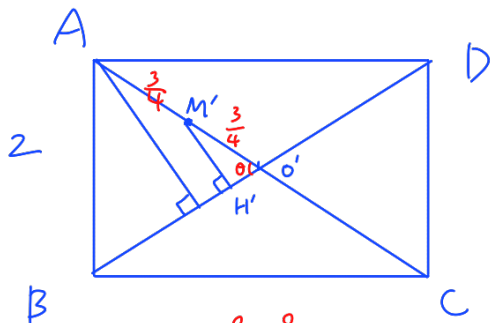
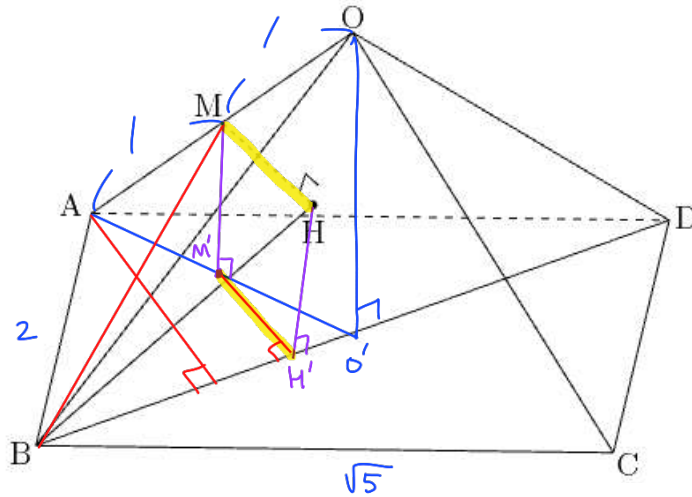
$PQ = PF = d, PF' + PF = 18 \therefore QF' = 18 - 2a, QF = \beta$

$\begin{cases} 2d + \beta = 20 \\ \beta - 18 + 2d = 2a \end{cases} \rightarrow a = 1, PF' - PF = 18 - 2d = 2, d = 8, \beta = 4$



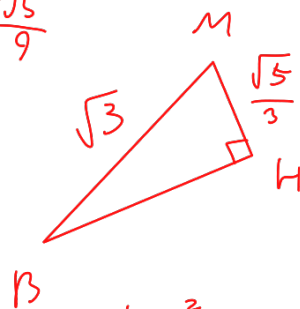
29. $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=\sqrt{5}$ 인 직사각형 ABCD 를 밑면으로 하고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=2$ 인 사각뿔 O-ABCD 가 있다. 선분 OA 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 평면 OBD 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 선분 BH 의 길이를 k 라 할 때, $90k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

220



$$\cos\theta = \frac{\frac{9}{4} + \frac{9}{4} - 4}{2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{1}{9}, \sin\theta = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$M'H' = \frac{3}{4} \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3} = MH$$



$$BH^2 = 3 - \frac{5}{9} = \frac{22}{9} = k^2$$

$$\therefore 90k^2 = 220$$

30. 좌표평면에 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형 OAB와 다음 조건을 만족시키는 점 C가 있다.

- (가) $|\overrightarrow{AC}|=4$
 (나) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC}=0, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$

$(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OC}) \cdot (\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA})=0$ 을 만족시키는 점 P와 정삼각형 OAB의 변 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}|$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 $p+q\sqrt{33}$ 일 때, p^2+q^2 의 값을 구하시오.
 (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

40

$\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$
 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$
 P: A, C를 지름으로 하는 원 위의 점

$A(4\sqrt{2}, 0)$
 $B(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
 $C(4\sqrt{2}, 4)$
 $M(4\sqrt{2}, 2)$

A' 의 자취
 $A'(8\sqrt{2}, 2)$
 $M(4\sqrt{2}, 2)$
 $B'(6\sqrt{2}, 2\sqrt{2}+2)$

$72 + 28 + 8\sqrt{6}$
 \wedge
 132

A-C의 중점: M $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{OQ}|$
 $= |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP}|, \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA'}$
 $= |\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{MP}|$

$m: |\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{A'P_1}| = \sqrt{132 + 2} = 2\sqrt{33} + 2$
 $n: |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP_2}| = 6 - 2$
 $\therefore m+n = 6 + 2\sqrt{33}$
 $p=6$
 $q=2 \quad p^2 + q^2 = 40$

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이
관

이
관