2025학년도 SEOL:NAME 사각지대 선별 해설지

(수학) 영역

공통과목				확률과 통계		미적분	
번호	정답	번호	정답	번호	정답	번호	정답
1	⑤	12	④	23	⑤	23	③
2	①	13	④	24	③	24	②
3	②	14	③	25	②	25	①
4	④	15	③	26	④	26	①
5	⑤	16	15	27	③	27	⑤
6	②	17	3	28	④	28	③
7	①	18	7	29	50	29	8
8	①	19	22	30	259	30	18
9	③	20	11				
10	⑤	21	6				
11	②	22	28				

2025학년도 SEOL:NAME 사각지대 선별 해설지

수학 영역

정답 및 해설

1. $2^{-1}\times 8^{\frac{5}{3}}$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 4　④ 8　⑤ 16

원본 문항 출처 [2024년 9월 고2 1번]

2. 곡선 $y=x^3+x^2-5$ 위의 점 $(1,\ -3)$에서의 접선의 기울기는? [2점]

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

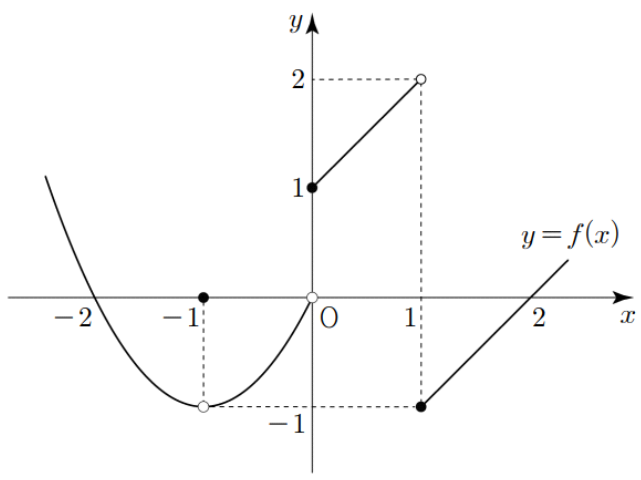
원본 문항 출처 [2023년 11월 고2 2번]

3. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta=-3\cos\theta$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$　② $-\frac{\sqrt{10}}{10}$　③ 0　④ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　⑤ $\frac{\sqrt{10}}{10}$

원본 문항 출처 [2024년 9월 고2 4번]

4. 함수 $f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x\to-1}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)$의 값은? [3점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

원본 문항 출처 [2024년 9월 고2 5번]

5. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$2x+1\le f(x)\le(x+1)^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to0}(x+5)f(x)$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

원본 문항 출처 [2022년 11월 고2 4번]

6. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_2=2,\quad S_6=9S_3$$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

원본 문항 출처 [2024년 9월 고2 10번]

[풀이]

$S_6=(1+r^3)S_3 \Rightarrow (1+r^3)S_3=9S_3$에서

$$1+r^3=9 \Rightarrow r=2$$

곧, $a_4=a_2r^2=8$이다.

7. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=x+\int_0^2 f(t)dt$$

를 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

원본 문항 출처 [2023년 11월 고2 10번]

[풀이]

$\int_0^2 f(t)dt=k$로 치환하면 $f(x)=x+k$이다.

$$\int_0^2(t+k)dt=\left[\frac{t^2}{2}+kt\right]_0^2=2+2k$$

이므로 $2+2k=k$이고, 방정식을 풀면 $k=-2$이다.

따라서 $f(3)=3-2=1$

8. 함수 $f(x)=4^{x-a}-8\times2^{x-a}$가 $x=5$에서 최솟값 b를 가질 때, $a+b$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① -13 ② -11 ③ -9 ④ -7 ⑤ -5

원본 문항 출처 [2024년 9월 고2 15번]

[풀이]

$2^x=t$로 치환하면 함수 $f(x)$는

$$4^{-a}\times t^2-2^{3-a}\times t$$

로 고쳐서 쓸 수 있다.

이 함수는 $t=\dfrac{2^{3-a}}{2\times4^{-a}}$를 대칭축으로 갖는 이차함수이며,

$x=5$일 때 $t=32$이므로

$$\frac{2^{3-a}}{2\times4^{-a}}=32 \Rightarrow 2^{2+a}=32 \Rightarrow a=3$$

따라서 $b=f(5)=4^{5-3}-8\times2^{5-3}=-16$이므로

$a+b=3+(-16)=-13$이다.

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치가 각각

$$x_1(t)=t^3-3t^2-24t,\quad x_2(t)=t^2-at$$

이다. 두 점 P, Q의 운동 방향이 시각 $t=k$에서 동시에 바뀔 때, $a+k$의 값은? (단, a와 k는 상수이다.) [4점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

원본 문항 출처 [2023년 11월 고2 26번]

[풀이]

두 점 P, Q의 속도는 각각

$$v_1(t)=3t^2-6t-24,\quad v_2(t)=2t-a$$

이다. 점 P의 운동 방향이 시각 $t=k$에서 바뀌면

$$v_1(k)=0 \Rightarrow v_1(t)=3(t+2)(t-4)=0$$

에서 $t>0$이므로 $t=4 \Rightarrow k=4$

따라서 $v_2(k)=v_2(4)=8-a=0$이므로 $a=8$

곧, $a+k=8+4=12$

10. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_7=37$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}a_k\le\sum_{k=1}^{13}a_k$이다.

$\sum_{k=1}^{21}|a_k|$의 값은? [4점]

① 681 ② 683 ③ 685 ④ 687 ⑤ 689

원본 문항 출처 [2020년 9월 고2 15번]

[풀이]

조건 (나)에 의해 $\sum_{k=1}^{n}a_k$가 $n=13$일 때 최대가 된다.

곧, $a_{13}\ge0$, $a_{14}\le0$이다.

공차를 d라 할 때, $a_{13}=37+6d\ge0$, $a_{14}=37+7d\le0$이다.

이를 만족시키는 정수 $d=-6$이다.

따라서 $a_n=79-6d$이다.

구하는 값은

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{21}|a_k|&=\sum_{k=1}^{13}a_k+\sum_{k=14}^{21}(-a_k)\\&=13\times\frac{a_1+a_{13}}{2}-8\times\frac{a_{14}+a_{21}}{2}\\&=13\times37+8\times26\\&=689\end{aligned}$$

11. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^2-2x+2)f(x)$$

라 하자. $\lim_{x\to2}\dfrac{g(x)-1}{2f(x)-1}=-2$일 때, $g'(2)$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

원본 문항 출처 [2022년 11월 고2 17번]

[풀이]

주어진 관계식에 $x=2$를 대입하면 $g(2)=2f(2)$이다.

곧, $g(2)-1\ne0$이면 $\lim_{x\to2}\dfrac{g(x)-1}{2f(x)-1}=\dfrac{2f(2)-1}{2f(2)-1}=1$이므로 모순이다.

따라서 $g(2)-1=0 \Rightarrow g(2)=1$, $f(2)=\dfrac{1}{2}$이다.

$f(x)=(x-2)Q(x)+\dfrac{1}{2}$이라 두면 관계식에 의해

$$g(x)=(x-2)(x^2-2x+2)Q(x)+\frac{x^2-2x+2}{2}\quad\cdots ㉠$$

이다.

두 식을 극한식에 대입하면

$$\lim_{x\to 2}\frac{g(x)-1}{2f(x)-1}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2-2x+2)Q(x)+\frac{x^2-2x}{2}}{2(x-2)Q(x)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x^2-2x+2)Q(x)+\frac{x}{2}}{2Q(x)}$$

$$=\frac{2Q(2)+1}{2Q(2)}\quad (\because\ Q(2)=0\text{이면 모순})$$

$$=-2$$

정리하면 $Q(2)=-\frac{1}{6}$이다.

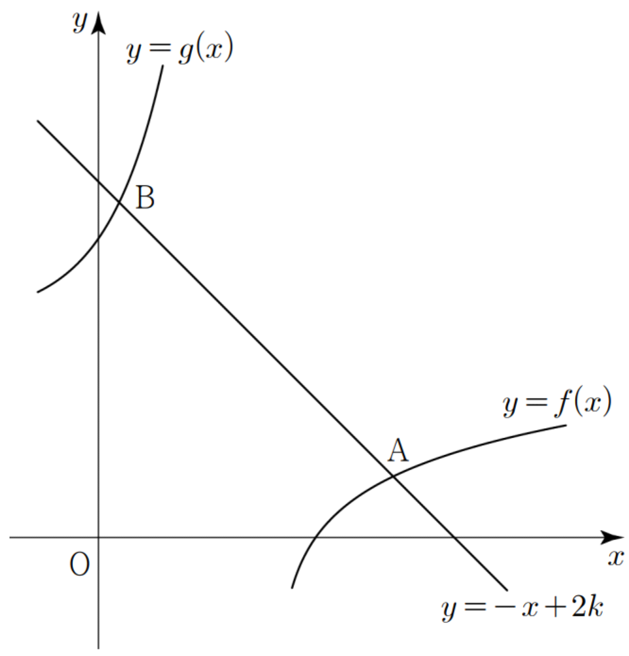
따라서 ㉠에 의하여 $g'(2)=2Q(2)+1=\frac{2}{3}$이다.

12. 상수 $k\,(k>3)$에 대하여 직선 $y=-x+2k$가 두 함수

$$f(x)=\log_2(x-k),\quad g(x)=2^{x+1}+k+1$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=7\sqrt{2}$일 때, k의 값은? [4점]

① $\log_2 21$ ② $\log_2 22$ ③ $\log_2 23$ ④ $\log_2 24$ ⑤ $\log_2 25$



원본 문항 출처 [2024년 9월 고2 20번]

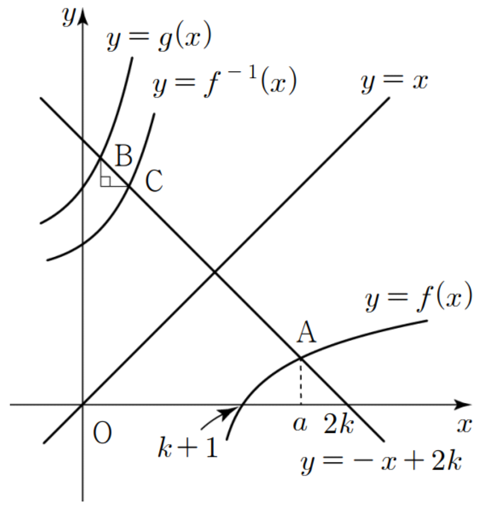
[풀이]

함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)=2^x+k$에 대하여

곡선 $y=g(x)$는 곡선 $y=f^{-1}(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 -1, y축의 방향으로 $+1$만큼 평행이동한 것이다.

곡선 $y=f^{-1}(x)$와 직선 $y=-x+2k$의 교점을 C라 할 때,

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{\mathrm{AC}}=6\sqrt{2}$이다.



이때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 점 A와 직선 $y=x$ 사이의 거리는 $\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2}=3\sqrt{2}$이다.

점 A의 좌표를 $(a,\ -a+2k)$라 두면

$$\frac{|a-(-a+2k)|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}\ \Rightarrow\ |a-k|=3$$

곡선 $y=f(x)$의 x절편과 점 A의 x좌표를 비교하면

$$a>k+1\text{이므로 } a-k>1\ \Rightarrow\ a-k=3\ \cdots\ ㉠$$

한편, 점 A는 곡선 $y=f(x)$, 직선 $y=-x+2k$의 교점이므로

$$\log_2(a-k)=-a+2k\ \Rightarrow\ \log_2 3=-a+2k\ \cdots\ ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하면 $k=\log_2 3+3=\log_2 24$이다.

13. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x+k$가 있다. 자연수 n에 대하여 직선 $y=3n$과 곡선 $y=f(x)$가 만나는 점의 개수를 a_n이라 하자. $a_1+a_2+a_3+a_4=7$을 만족시키는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

원본 문항 출처 [2023년 11월 고2 19번]

[풀이]

$f(x)$가 삼차함수이므로 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=3n$이 만나는 점의 개수는 1, 2, 3 중 하나이다.

특히, $y=f(x)$와 $y=3n$이 접하는 경우 $a_n=2$이다.

a_1, a_2, a_3, a_4가 모두 홀수이면 $a_1+a_2+a_3+a_4$의 값이 짝수이다.

따라서 이 중 적어도 하나는 2를 값으로 갖는다. ⋯ ㉠

한편, 함수 $f(x)$의 그래프는 다음과 같다.

[그림]

$f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$이므로

$x=1$에서 $k+4$를 극댓값, $x=3$에서 k를 극솟값으로 갖는다.

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수의 변화는

$$1\to 2\to 3\to 2\to 1$$

이다. ⋯ ㉡

곧, ㉠, ㉡을 참조하여 구한 $a_1+a_2+a_3+a_4=7$인 경우는

$$(1,1,2,3),\ (1,1,3,2),\ (1,2,3,1),$$
$$(1,3,2,1),\ (2,3,1,1),\ (3,2,1,1)$$

이다.

$(1,\,1,\,2,\,3)$인 경우 : $f(x)$의 극솟값 $k=9$이다.
그래프를 그리면 나머지 항들도 성립한다.
$(1,\,1,\,3,\,2)$인 경우 : $f(x)$의 극댓값 $k+4=12$이다. $\Rightarrow k=8$
그래프를 그리면 나머지 항들도 성립한다.
$(1,\,2,\,3,\,1)$인 경우 : $f(x)$의 극솟값 $k=6$이다.
그래프를 그리면 나머지 항들도 성립한다.
$(1,\,3,\,2,\,1)$인 경우 : $f(x)$의 극댓값 $k+4=9$이다. $\Rightarrow k=5$
그래프를 그리면 나머지 항들도 성립한다.
$(2,\,3,\,1,\,1)$인 경우 : $f(x)$의 극솟값 $k=3$이다.
그래프를 그리면 나머지 항들도 성립한다.
$(3,\,2,\,1,\,1)$인 경우 : $f(x)$의 극댓값 $k+4=6$이다. $\Rightarrow k=2$
그래프를 그리면 나머지 항들도 성립한다.
구하는 모든 k의 값의 합은

$$9+8+6+5+3+2=33$$

14. 1보다 큰 실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\left|4\sin\frac{\pi x}{k}+1\right|$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k\alpha+\beta$의 값은? [4점]

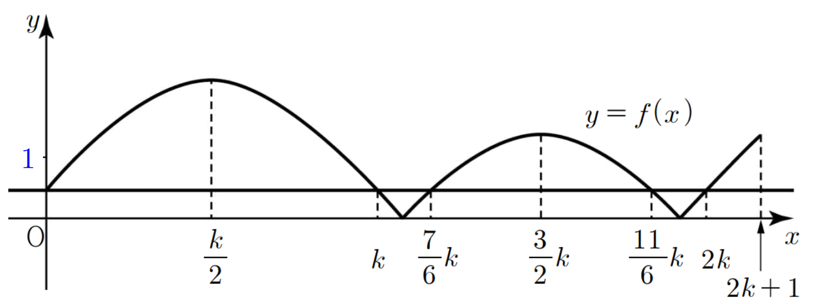
> 실수 $t\,(0\le t\le 2k)$에 대하여 닫힌구간 $[t,\,t+1]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 1이 되도록 하는 모든 t의 값은 $\alpha,\ \beta\,(\alpha<\beta)$이다.

① 45　② 46　③ 47　④ 48　⑤ 49

원본 문항 출처 [2024년 6월 고2 30번]

[풀이]

닫힌구간 $[0,\,2k+1]$에서 함수 $f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



닫힌구간 $[t,\,t+1]$에서 $f(x)$의 최댓값이 1이면 닫힌구간 $[t,\,t+1]$에서 $f(x)\le 1$이면서 $f(c)=1$인 실수 c가 존재해야 한다.
이를 만족시키는 t의 개수가 2개만 존재하려면 위의 그림에서

$$\frac{7}{6}k-k=1 \Rightarrow k=6$$

이며, $\alpha=k=6$, $\beta=\frac{11}{6}k=11$이므로 $k\alpha+\beta=6\times 6+11=47$

15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f'(2)<0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^x f(t)dt-4 & (x<2)\\ \displaystyle -\int_0^x f(t)dt+4 & (x\ge 2)\end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값은? [4점]

> (가) $\displaystyle\lim_{x\to 2-}\frac{g(x)-4}{x-2}=\lim_{x\to 2+}\frac{g(x)+4}{x-2}=g'(0)$
>
> (나) 방정식 $g(x)=4$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① 20　② 25　③ 30　④ 35　⑤ 40

원본 문항 출처 [2023년 11월 고2 30번]

[풀이]

$F(x)=\displaystyle\int_0^x f(t)dt$라 하면 $F(x)$는 최고차항의 계수가 양수인 사차함수이다.

$$g(x)=\begin{cases}F(x)-4 & (x<2)\\ -F(x)+4 & (x\ge 2)\end{cases}$$

조건 (가)에서

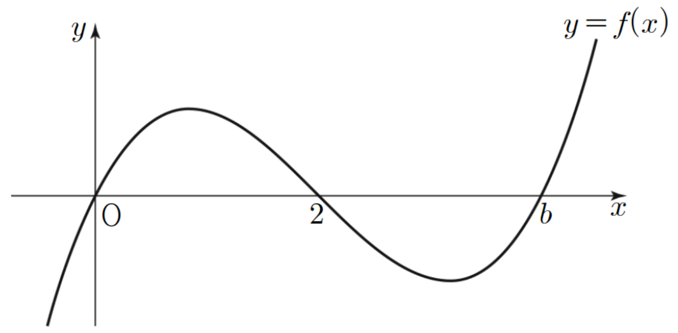
$\displaystyle\lim_{x\to 2-}\frac{g(x)-4}{x-2}=g'(0)$이고 $\displaystyle\lim_{x\to 2-}(x-2)=0$이므로

$$\lim_{x\to 2-}\{g(x)-4\}=F(2)-8=0 \Rightarrow F(2)=8 \ \cdots ㉠$$

또한

$\displaystyle\lim_{x\to 2-}\frac{g(x)-4}{x-2}=F'(2)=f(2)$, $\displaystyle\lim_{x\to 2+}\frac{g(x)+4}{x-2}=-F'(2)=-f(2)$

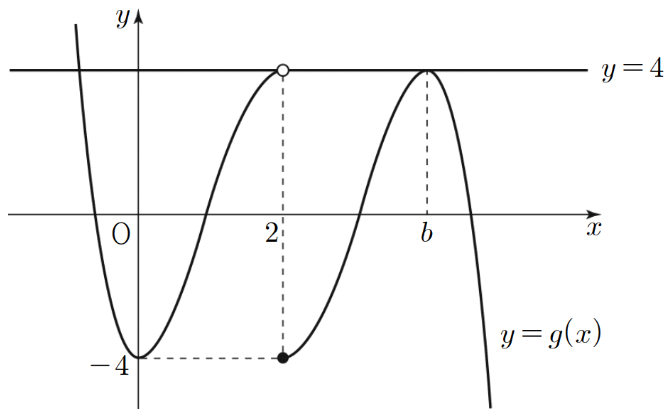
이며, $g'(0)=F'(0)=f(0)$이므로 $f(2)=-f(2)=f(0)$이다.
곧, $f(0)=f(2)=0$이다.
상수 $a\,(a>0)$, b에 대하여 $f(x)=ax(x-2)(x-b)$로 두면
주어진 조건에서 $f'(2)<0$이므로 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



한편, $g'(x)=\begin{cases}f(x) & (x<2)\\ -f(x) & (x>2)\end{cases}$이며,

$\displaystyle\lim_{x\to 2-}g(x)=4$, $\displaystyle\lim_{x\to 2+}g(x)=g(2)=-4$이고,

조건 (나)에서 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=4$가 두 점에서 만나므로 $g(b)=4$이다.
함수 $y=g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



$g(b)=-\int_0^b f(t)dt+4=4$에서 $\int_0^b f(t)dt=0$

$$\int_0^b at(t-2)(t-b)dt=a\left[\frac{t^4}{4}-\frac{b+2}{3}t^3+bt^2\right]_0^b$$

$$=ab^3\left(\frac{b}{4}-\frac{b+2}{3}+1\right)=0$$

곧, $3b-4(b+2)+12=0$에서 $b=4$

㉠에 의하여 $\int_0^2 f(t)dt=8$이다.

$$\int_0^2 f(t)dt=\int_0^2 at(t-2)(t-4)dt$$

$$=a\left[\frac{t^4}{4}-2t^3+4t^2\right]_0^2$$

$$=4a=8$$

에서 $a=2$이므로 $f(x)=2x(x-2)(x-4)$이며, $f(5)=30$이다.

16. 중심각의 크기가 $\frac{4}{5}\pi$이고 호의 길이가 12π인 부채꼴의 반지름의 길이를 구하시오. [3점]

[정답] 15

원본 문항 출처 [2023년 11월 고2 23번]

17. 함수 $f(x)=x^3+x^2-2x$에서 x의 값이 0에서 k까지 변할 때의 평균변화율이 10일 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

[정답] 3

원본 문항 출처 [2021년 11월 고2 7번]

18. 함수 $f(x)=x^3+2x^2+2$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{1}{x-1}\int_1^x f'(t)dt$의 값을 구하시오. [3점]

[정답] 7

원본 문항 출처 [2023년 11월 고2 24번]

19. 자연수 n에 대하여 $\sqrt[n+1]{8}$이 어떤 자연수의 네제곱근이 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

[정답] 22

원본 문항 출처 [2024년 6월 고2 26번]

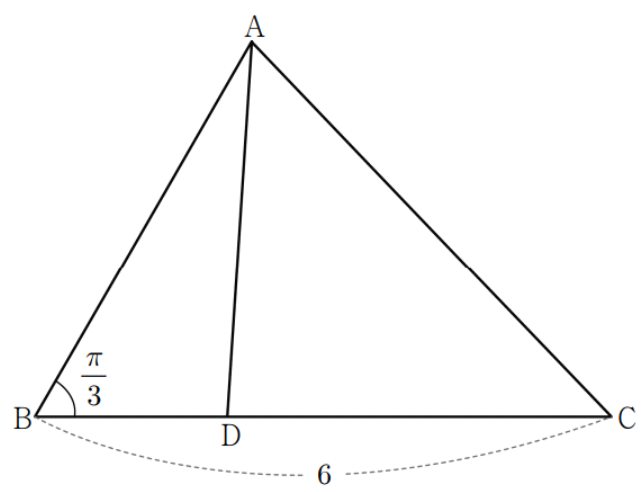
[해설]

$\sqrt[n+1]{8}=2^{\frac{n+1}{3}}$이므로 자연수 N에 대하여 $2^{\frac{3}{n+1}}=N^{\frac{1}{4}}$로 둘 수 있다.

양변을 네제곱하면 $N=2^{\frac{12}{n+1}}$이다.

곧, N이 자연수가 되려면 $\frac{12}{n+1}$가 자연수여야 하고, 이를 만족시키는 모든 n의 값은 1, 2, 3, 5, 11이므로 그 합은 22이다.

20. $\angle ABC=\frac{\pi}{3}$, $\overline{BC}=6$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 B와 점 C가 아닌 점 D를 잡고, 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 r_1, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 r_2라 하자. $\frac{r_2}{r_1}=\frac{\sqrt{13}}{3}$일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



[정답] 11

원본 문항 출처 [2022년 6월 고2 28번]

[해설]

사인법칙에 의해

$$r_1=\frac{\overline{AB}}{2\sin D},\ r_2=\frac{\overline{AC}}{2\sin D}$$

이므로 $\frac{r_2}{r_1}=\frac{\sqrt{13}}{3}$에서 $\overline{AB}=3k$, $\overline{AC}=\sqrt{13}k$로 둘 수 있다.

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의해

$13k^2=9k^2+6^2-2\times3k\times6\times\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 4k^2+18k-36=0$

$\Rightarrow 2(k+6)(2k-3)=0$

따라서 $k>0$이므로 $k=\frac{3}{2}$이고, $\overline{AB}=3k=\frac{9}{2}$이다.

곧, $p+q=2+9=11$이다.

21. 상수 $k\,(k>0)$에 대하여 함수 $f(x)=\left|\dfrac{kx}{x-1}\right|$가 있다. 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자.

$$\lim_{t\to0+}g(t)+\lim_{t\to2-}g(t)+g(4)=5$$

일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

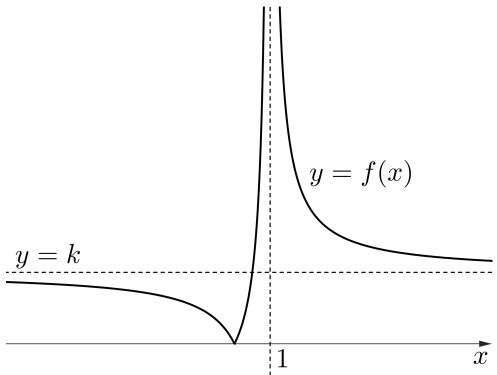
[정답] 6

원본 문항 출처 [2020년 11월 고2 20번]

[해설]

$f(x)=\left|k+\dfrac{k}{x-1}\right|$이므로 함수 $f(x)$의 그래프는 $x=1$, $y=k$를 점근선으로 갖는 유리함수에 대한 절댓값함수이다.

이를 그래프로 나타내면 다음과 같다.



$\displaystyle\lim_{t\to0+}g(t)=2$이고, 모든 양수 $t\,(t\neq k)$에 대하여 $g(t)>0$이므로

주어진 식을 만족시키려면

$\displaystyle\lim_{t\to2-}g(t)=1$, $g(4)=2$이거나 $\displaystyle\lim_{t\to2-}g(t)=2$, $g(4)=1$이다.

이때, 곡선 $y=f(x)$와 $y=t$의 교점의 개수가 1이 되는 순간은 오직 $t=0$, $t=4$ 뿐이다.

따라서 $\displaystyle\lim_{t\to2-}g(t)=1$인 상황은 불가능하므로

$$\lim_{t\to2-}g(t)=2,\ g(4)=1$$

인 상황에 해당된다. $g(4)=1$이므로 $k=4$이고,

$$f(3)=\left|4+\frac{4}{3-1}\right|=6$$

22. 첫째항이 정수인 수열 $\{a_n\}$이 두 정수 d, r에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+d & (a_n\geq0) \\ ra_n & (a_n<0)\end{cases}$$
> 이다.
>
> (나) $a_k=a_{k+12}=0$인 자연수 k가 존재한다.

$a_2+a_3=0$, $a_5=16$이도록 하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

[정답] 28

원본 문항 출처 [2024년 9월 고2 30번]

[해설]

$d\geq0$이면 $n\geq5$일 때 $a_n\geq16$이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

따라서 $d<0$이다. ⋯ ㉠

$a_2+a_3=0$인 경우는 다음의 세 가지 경우를 생각해 볼 수 있다.

(i) $a_2=a_3=0$인 경우

$a_3=a_2+d$인데, $d<0$이므로 $a_2\neq a_3$이 되어 가정에 모순이다.

(ii) $a_2<0$, $a_3>0$인 경우

$a_3=ra_2$이므로 $a_2+a_3=(r+1)a_2=0$인데,

$a_2\neq0$이므로 $r=-1$이다.

a_k부터 항을 역추적하면 다음과 같다.

<table>
<tr><th>a_k</th><th>a_{k-1}</th><th>a_{k-2}</th><th>a_{k-3}</th></tr>
<tr><td rowspan="3">0</td><td rowspan="3">$-d$</td><td rowspan="2">$-2d$</td><td>$-3d$</td></tr>
<tr><td>d</td></tr>
<tr><td>d</td><td>0</td></tr>
</table>

위와 같이 a_k 이전의 항들은 모두 d의 정수배로 나타나며,

a_k 이후의 항들도 마찬가지로 d의 정수배로 나타난다.

곧, a_2+a_3도 d의 정수배로 나타나지기 때문에 이 값이 0이 되려면 $d=0$인 경우가 유일하다.

이는 ㉠에 위배되므로 이 경우는 불가능하다.

(iii) $a_2>0$, $a_3<0$인 경우

$a_3=a_2+d$이므로 $a_2+a_3=2a_2+d=0$에서 $a_2=-\dfrac{d}{2}$이다.

a_2부터 a_5까지 가능한 항을 나열하면 다음과 같다.

조건 (나)를 만족시키려면 $r<0$임에 주목하자.

a_2	a_3	a_4	a_5
$-\dfrac{d}{2}(>0)$	$\dfrac{d}{2}(<0)$	$\dfrac{rd}{2}(>0)$	$\dfrac{(r+2)d}{2}$

$\dfrac{(r+2)d}{2}=16 \Rightarrow (r+2)d=32$이므로 이를 만족시키는 두 음의 정수 순서쌍 $(r,\ d)$는

$$(-3,\ -32),\ (-4,\ -16),\ (-6,\ -8),$$
$$(-10,\ -4),\ (-18,\ -2),\ (-34,\ -1)$$

이다. 한편, a_k 이후의 항들을 나열하면

a_k	a_{k+1}	a_{k+2}	a_{k+3}	a_{k+4}
0	d	rd	$rd+d$	$rd+2d$

이와 같은 방식으로 나열하면 r이 정수이므로 $a_{k+2-r}=0$이다.

이는 a_k 이후 처음으로 0이 되는 항이다.

따라서 조건 (나)를 만족시키려면 $2-r$이 12의 약수여야 한다.

위의 6개 케이스 중 이를 만족시키는 것은

$$(-4,\ -16),\ (-10,\ -4)$$

이다. $a_2=-\dfrac{d}{2}$이므로

$$d=-16\text{일 때 } a_2=8 \Rightarrow a_1=24,\ a_1=-2$$

$$d=-4\text{일 때 } a_2=2 \Rightarrow a_1=6$$

구하는 모든 a_1의 값의 합은 $(-2)+6+24=28$

수학 영역(확률과 통계)

정답 및 해설

23. 다항식 $(2x+1)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는? [2점]

① 48　② 56　③ 64　④ 72　⑤ 80

원본 문항 출처 [2018년 사관학교 가형 22번]

24. 두 사건 A, B가 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\quad \mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{1}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{4}{15}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{2}{5}$　④ $\frac{7}{15}$　⑤ $\frac{8}{15}$

원본 문항 출처 [2018년 사관학교 가형 9번]

[해설]

$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)=\frac{1}{3}\mathrm{P}(B^C)=\frac{1}{5}$$

$$\mathrm{P}(B^C)=\frac{3}{5}\ \Rightarrow\ \mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$$

25. 어느 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리는 평균이 $m\,\mathrm{km}$, 표준편차가 $1.5\,\mathrm{km}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 직장인들 중에서 36명을 임의추출하여 조사한 결과 36명이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균은 $\overline{x}\,\mathrm{km}$이었다. 이 결과를 이용하여, 이 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a\le m\le 6.49$이다. a의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [3점]

① 5.46　② 5.51　③ 5.56　④ 5.61　⑤ 5.66

원본 문항 출처 [2020년 사관학교 나형 13번]

[풀이]

$$a=\overline{x}-1.96\times\left(\frac{1.5}{6}\right),\quad 6.49=\overline{x}+1.96\times\left(\frac{1.5}{6}\right)$$

이므로 두 식을 연립하면

$$a-6.49=-1.96\times\left(\frac{3}{6}\right)\ \Rightarrow\ a=6.49-\frac{1.96}{2}=5.51$$

26. 빨간 공 3개, 파란 공 2개, 노란 공 2개가 있다. 이 7개의 공을 모두 일렬로 나열할 때, 빨간 공끼리는 어느 것도 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 45　② 50　③ 55　④ 60　⑤ 65

원본 문항 출처 [2018년 사관학교 나형 9번]

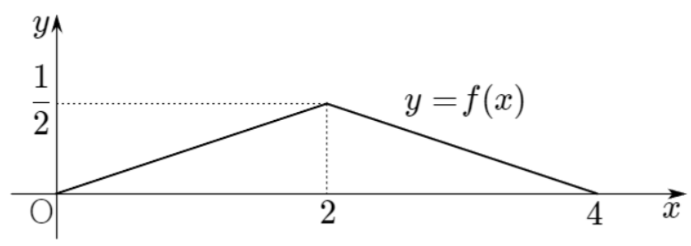
[해설]

파란 공 2개와 노란 공 2개를 먼저 나열한 후
양 끝과 사이 5곳 중 3곳을 택하여 빨간 공을 배치한다.

$$\therefore\ \frac{4!}{2!2!}\times{}_5\mathrm{C}_3=60$$

27. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0\le X\le 4$이고, X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다. $1<k<2$일 때, $\mathrm{P}(k\le X\le 2k)$가 최대가 되도록 하는 k의 값은? [3점]

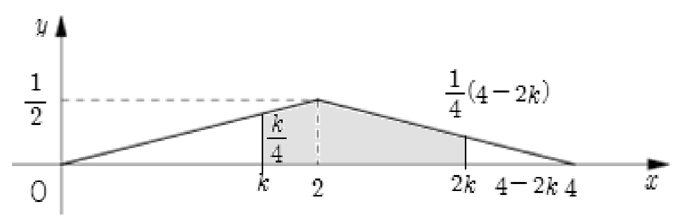
① $\frac{7}{5}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{8}{5}$　④ $\frac{17}{10}$　⑤ $\frac{9}{5}$



원본 문항 출처 [2019년 사관학교 가형 11번]

[해설]

아래 그림에서



$$\begin{aligned}\mathrm{P}(k\le X\le 2k)&=1-\frac{1}{8}k^2-\frac{1}{8}(4-2k)^2\\&=-\frac{5}{8}k^2+2k-1\\&=-\frac{5}{8}\left(k-\frac{8}{5}\right)^2+\frac{3}{5}\end{aligned}$$

따라서 $k=\frac{8}{5}$일 때 최댓값 $\frac{3}{5}$을 갖는다.

28. 동전을 던지는 시행을 반복하여 앞면이 나온 횟수가 4가 되면 A가 이기고, 뒷면이 나온 횟수가 4가 되면 B이 이긴다. 이 시행에서 이긴 사람이 정해지기 전까지 동전을 던진 횟수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{E}(16X)$의 값은? [4점]

① 84 ② 87 ③ 90 ④ 93 ⑤ 96

원본 문항 출처 [2013년 사관학교 나형 28번]
[풀이]
최소 4번 이상 동전을 던져야 시행이 종료되며, 8번 던지기 전에 시행이 종료된다.

$$\therefore \mathrm{P}(X \le 3) = 0,\ \mathrm{P}(X \ge 8) = 0$$

(ⅰ) $X=4$인 경우
동전의 앞면 또는 뒷면이 4번 연속으로 나오는 경우이다.

$$\therefore \mathrm{P}(X=4) = 2\times\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$$

(ⅱ) $X=5$인 경우
동전을 4번 던지는 동안 3번 같은 면이 나오고, 1번 다른 면이 나오며, 5번째 시행에서 같은 면이 4번째로 나오는 경우이다.

$$\therefore \mathrm{P}(X=5) = 2\times\left\{{}_4\mathrm{C}_3\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{1}{2}\right\} = \frac{1}{4}$$

(ⅲ) $X=6$인 경우
5번 동전을 던지는 동안 3번 같은 면이 나오고, 2번 다른 면이 나오며, 6번째 시행에서 같은 면이 4번째로 나오는 경우이다.

$$\therefore \mathrm{P}(X=6) = 2\times\left\{{}_5\mathrm{C}_3\times\left(\frac{1}{2}\right)^5\times\frac{1}{2}\right\} = \frac{5}{16}$$

(ⅳ) $X=7$인 경우는 3번 앞면, 3번 뒷면이 나오는 경우이다.

$$\therefore \mathrm{P}(X=6) = {}_6\mathrm{C}_3\times\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{5}{16}$$

(ⅰ)~(ⅳ)에서

$$\mathrm{E}(16X) = 16\times\mathrm{E}(X) = 16\times\left(4\times\frac{1}{8}+5\times\frac{1}{4}+6\times\frac{5}{16}+7\times\frac{5}{16}\right) = 93$$

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a+b+c+d+e=10$
> (나) $a\times b$는 홀수이다.

[정답] 50
원본 문항 출처 [2021년 사관학교 나형 27번]
[풀이]
$a\times b$가 홀수이려면 a, b가 모두 홀수이며 다음과 같이 경우를 나누어 생각할 수 있다.

(ⅰ) $a+b=2$인 경우
(a, b)가 $(1, 1)$일 때가 유일하다.
$c+d+e=8$이므로 c, d, e를 고르는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_5 = {}_7\mathrm{C}_5 = 21$

(ⅱ) $a+b=4$인 경우
(a, b)가 $(1, 3)$, $(3, 1)$일 때에 해당한다.
$c+d+e=6$이므로 c, d, e를 고르는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_3 = {}_5\mathrm{C}_3 = 10$
곧, 구하는 경우의 수는 $2\times10=20$이다.

(ⅲ) $a+b=6$인 경우
(a, b)가 $(1, 5)$, $(3, 3)$, $(5, 1)$일 때에 해당한다.
$c+d+e=4$이므로 c, d, e를 고르는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_1 = {}_3\mathrm{C}_1 = 3$
곧, 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$이다.

$$\therefore 21+20+9=50$$

30. 그림은 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀있는 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타난 예이다.

1	2	4	3	5	6

이 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타날 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[정답] 259
원본 문항 출처 [2021년 사관학교 가형 29번]
[풀이]
다음과 같이 경우를 나누어 생각하자.
① $a_1 > a_2$, $a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$인 경우 :
a_1을 2, 3, 4, 5, 6 중에서 하나 정하면 된다.
구하는 경우의 수는 5가지이다.
② $a_1 < a_2$, $a_2 > a_3$, $a_3 < a_4 < a_5 < a_6$인 경우 :
a_1와 a_3는 a_2보다 작으므로 가능한 a_2는 3, 4, 5, 6이고
그 각각에 대하여 a_2보다 작은 a_1을 정하기만 하면 되는데,
각각 2, 3, 4, 5가지이므로 모두 14가지이다.
③ $a_1 < a_2 < a_3$, $a_3 > a_4$, $a_4 < a_5 < a_6$인 경우 :
a_3보다 작은 것이 a_1, a_2, a_4이므로 가능한 a_3는 4, 5, 6이고
그 각각에 대하여 $a_1 < a_2$를 정하기만 하면 된다.
따라서 ${}_3\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2 + {}_5\mathrm{C}_2 = 19$가지이다.
④ $a_4 > a_5$인 경우는 ②를 반대로 대칭배열하는 경우의 수이다.
따라서 14가지이다.
⑤ $a_5 > a_6$인 경우도 ①을 반대로 대칭배열하는 경우의 수이다.
따라서 5가지이다.
모든 경우의 수는 $6!$이므로 구하는 확률은

$$\frac{5+14+19+14+5}{6!} = \frac{19}{240} \Rightarrow p+q = 19+240 = 259$$

2025학년도 SEOL:NAME 사각지대 선별 해설지

수학 영역(미적분)

정답 및 해설

23. 함수 $f(x)=x^2e^{x-1}$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

원본 문항 출처 [2018학년도 사관학교 가형 3번]

24. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(na_n-\frac{6n^2+1}{n+2}\right)$이 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값은? [3점]

① 3　② 6　③ 9　④ 12　⑤ 15

원본 문항 출처 [2015년 3월 나형 8번]
[풀이]

주어진 급수가 수렴하려면 $\lim_{n\to\infty}\left(na_n-\frac{6n^2+1}{n+2}\right)=0$이다.

$$\lim_{n\to\infty}\left\{n\times\left(a_n-\frac{6n^2+1}{n^2+2n}\right)\right\}=0$$

에서 $n\to\infty$이므로 $a_n-\frac{6n^2+1}{n^2+2n}\to 0$인데, $\frac{6n^2+1}{n^2+2n}\to 6$이므로 $\lim_{n\to\infty}a_n=6$이다.

25. 곡선 $x^2+5xy-2y^2+11=0$ 위의 점 $(1,4)$에서의 접선과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

원본 문항 출처 [2016년 10월 가형 14번]
[풀이]

양변을 음함수의 미분법을 이용해 미분하면

$$2x+5y+5x\frac{dy}{dx}-4y\frac{dy}{dx}=0$$

이 식에 점 $(1,4)$의 좌표를 대입하면

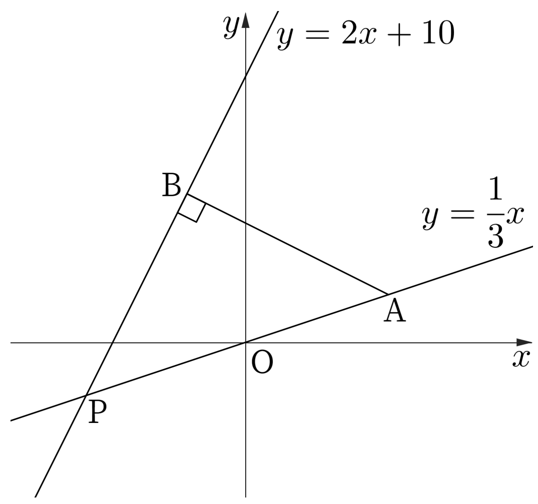
$$22-11\frac{dy}{dx}=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=2$$

따라서 구하는 접선의 기울기는 2이고,
이 접선이 점 $(1,4)$을 지나므로 접선의 방정식은 $y=2x+2$이다.
이 직선의 x절편과 y절편은 각각 -1, 2이므로 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times1\times2=1$$

26. 두 직선 $y=\frac{1}{3}x$, $y=2x+10$이 만나는 점을 P라 하자.

직선 $y=\frac{1}{3}x$ 위의 점 A에서 직선 $y=2x+10$에 내린 수선의 발을 B라 할 때, $\overline{PB}=12$이다. 선분 PA의 길이는? [3점]



① $12\sqrt{2}$　② $12\sqrt{3}$　③ 18　④ $18\sqrt{2}$　⑤ $18\sqrt{3}$

원본 문항 출처 [2012년 7월 가형 10번]
[풀이]

직선 $y=\frac{1}{3}x$의 기울기를 $\tan\alpha$, 직선 $y=2x+10$의 기울기를 $\tan\beta$라 하자. (단, $0<\alpha<\pi$, $0<\beta<\pi$)

이때, $\tan\alpha=\frac{1}{3}$, $\tan\beta=2$이다.

이때, 두 직선 $y=\frac{1}{3}x$, $y=2x+1$가 이루는 예각의 크기가 $\beta-\alpha$이므로

$$\tan(\beta-\alpha)=\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}=\frac{2-\frac{1}{3}}{1+\frac{2}{3}}=1$$

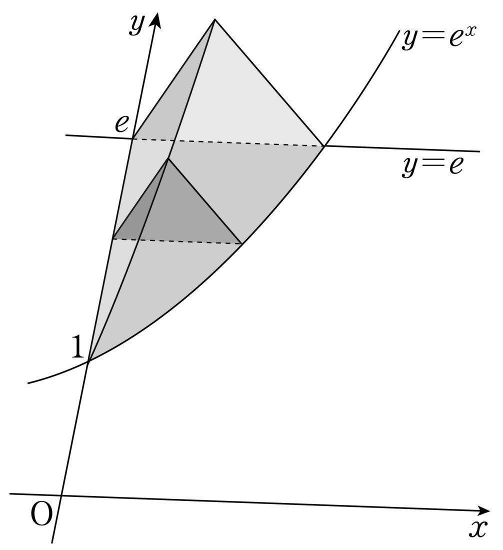
곧, 선분 PA의 길이는

$$\frac{\overline{PB}}{\cos(\beta-\alpha)}=\frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=12\sqrt{2}$$

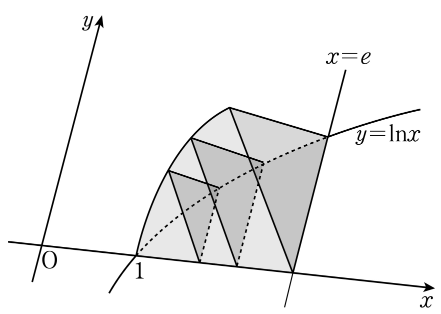
이다.

27. 곡선 $y=e^x$과 y축 및 직선 $y=e$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 y축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]

① $\dfrac{\sqrt{3}(e+1)}{4}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}(e-1)}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}(e-1)}{4}$
④ $\dfrac{\sqrt{3}(e-2)}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}(e-2)}{4}$



원본 문항 출처 [2017년 3월 가형 19번]



$y=e^x$의 역함수는 $y=\ln x$이므로
점 $(0,1)$은 점 $(1,0)$으로, 점 $(0,e)$는 점 $(e,0)$으로 이동한다.
그런데 $x=t\,(1\le t\le e)$일 때 정삼각형의 한 변의 길이는 $\ln t$이므로 정삼각형의 넓이를 $S(t)$라 하면

$$S(t)=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\ln t)^2$$

따라서 구하는 부피는

$$\int_1^e S(t)\,dt=\frac{\sqrt{3}}{4}\int_1^e(\ln t)^2dt$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{\left[t(\ln t)^2\right]_1^e-\int_1^e t\left(2\times\frac{1}{t}\times\ln t\right)dt\right\}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{\left[t(\ln t)^2\right]_1^e-2\int_1^e\ln t\,dt\right\}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{\left[t(\ln t)^2\right]_1^e-2\left[t\ln t-t\right]_1^e\right\}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{4}(e-2)$$

28. 세 상수 a, b, c $(a>0,\ c>0)$에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases}-ax^2+6ex+b & (x<c)\\ a(\ln x)^2-6\ln x & (x\ge c)\end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
> (나) 함수 $f(x)$의 역함수가 존재한다.

$f\left(\dfrac{1}{2e}\right)$의 값은? [4점]

① $-4\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ② $-4\left(e^2-\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ③ $-3\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$
④ $-3\left(e^2-\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ⑤ $-2\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$

원본 문항 출처 [2021학년도 사관학교 가형 20번]

함수 $y=-ax^2+6ex+b$는 $x=\dfrac{3e}{a}$에서 극소이고,

함수 $y=a(\ln x)^2-6\ln x$는 $x=e^{\frac{3}{a}}$에서 극대이다.

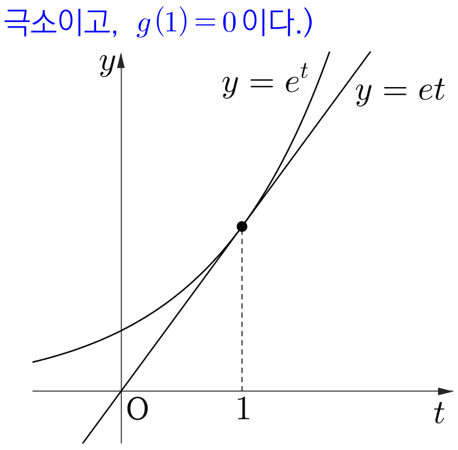
$$\left(\because\ y'=\frac{2a}{x}\left(\ln x-\frac{3}{a}\right)\right)$$

따라서 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면
$\lim\limits_{x\to c-}f(x)=\lim\limits_{x\to c+}f(x)$이므로 이를 만족시키려면

$$e^{\frac{3}{a}}\le c\le\frac{3e}{a}\quad\cdots\ ㉠$$

이다. $\dfrac{3}{a}=t$로 치환하자.

이때, 두 함수 $y=e^t$, $y=et$의 그래프를 그려보면 다음과 같이 $t=1$에서 접한다.
($\because$ 함수 $g(t)$를 $g(t)=e^t-et$라 하면 $g'(t)=e^t-e$이므로
$t=1$에서 극소이고, $g(1)=0$이다.)



그러므로 ㉠에서 $e^{\frac{3}{a}}\le\dfrac{3e}{a}$이 되는 순간은 $\dfrac{3}{a}=1$이 되는 순간이 유일하다.
곧, $a=3$이며, 이때, $c=e$이다.

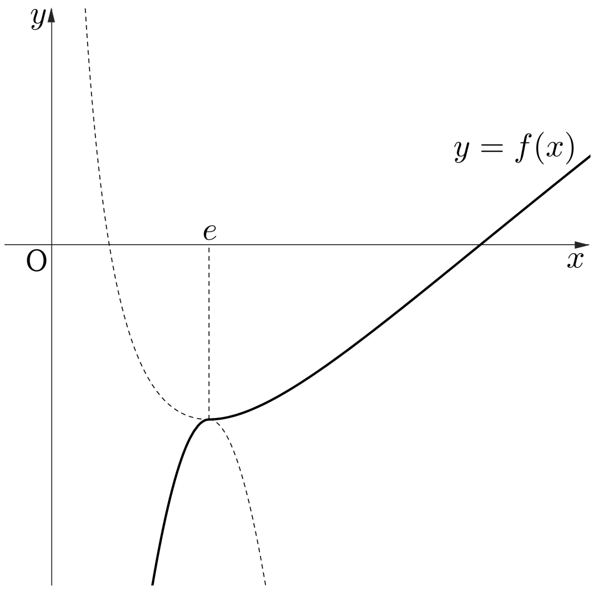
$$f(x)=\begin{cases}-3x^2+6ex+b & (x<e)\\ 3(\ln x)^2-6\ln x & (x\ge e)\end{cases}$$

함수 $f(x)$는 연속이므로

$$-3e^2+6e^2+b=3-6 \Rightarrow b=-3-3e^2$$

$$f\left(\frac{1}{2e}\right)=-3\times\frac{1}{4e^2}+\frac{6e}{2e}-3-3e^2$$
$$=-3\left(e^2+\frac{1}{4e^2}\right)$$

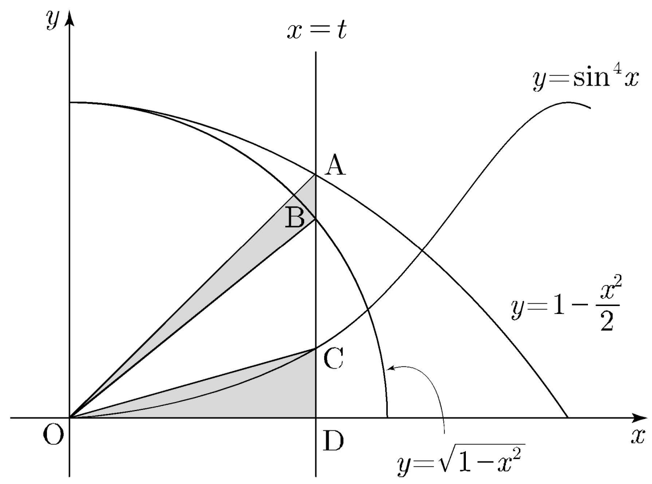
[참조]



29. 그림과 같이 직선 $x=t\,(0<t<1)$이 세 곡선

$$y=1-\frac{x^2}{2},\quad y=\sqrt{1-x^2},\quad y=\sin^4 x$$

및 x축과 만나는 점을 순서대로 A, B, C, D라 하자.
두 삼각형 AOB, COD의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때,
$64\times\lim_{t\to0+}\frac{S_1}{S_2}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



[정답] 8

원본 문항 출처 [2015학년도 사관학교 가형 15번]

[해설]

두 삼각형 AOB, COD의 넓이를 구할 때, 두 삼각형의 밑변을 각각 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$로 잡으면
점 O에서 직선 $x=t$에 이르는 거리가 두 삼각형의 높이이므로
$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{CD}}}$이다.

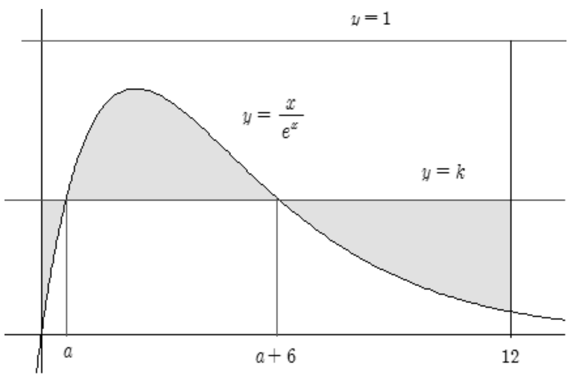
$$64\times\lim_{t\to0+}\frac{S_1}{S_2}=64\times\lim_{t\to0+}\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{CD}}}$$
$$=64\times\lim_{t\to0+}\frac{1-\frac{t^2}{2}-\sqrt{1-t^2}}{\sin^4 t}$$
$$=64\times\lim_{t\to0+}\frac{1-\frac{t^2}{2}-\sqrt{1-t^2}}{\sin^4 t}$$
$$=64\times\lim_{t\to0+}\frac{\frac{t^4}{4}}{\sin^4 t\left(1-\frac{t^2}{2}+\sqrt{1-t^2}\right)}$$
$$=64\times\lim_{t\to0+}\left\{\frac{1}{\left(\frac{\sin t}{t}\right)^4}\times\frac{1}{4\left(1-\frac{t^2}{2}+\sqrt{1-t^2}\right)}\right\}$$
$$=64\times\left(1\times\frac{1}{4\times2}\right)=8$$

30. 함수 $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$에 대하여 구간 $\left[\dfrac{12}{e^{12}},\ \infty\right)$에서 정의된 함수

$$g(t)=\int_0^{12}|f(x)-t|\,dx$$

가 $t=k$에서 극솟값을 갖는다. 방정식 $f(x)=k$의 실근의 최솟값을 a라 할 때, $g'(1)+\ln\left(\dfrac{6}{a}+1\right)$의 값을 구하시오. [4점]

[정답] 18
원본 문항 출처 [2019학년도 사관학교 가형 30번]
[해설]
$g(t)$는 그림과 같이 색칠한 영역의 넓이이다.



$$f(x)=\frac{x}{e^x}=xe^{-x}\ \Rightarrow\ f'(x)=(1-x)e^{-x}$$

이므로 함수 $f(x)$의 극댓값(최댓값)은 $f(1)=\dfrac{1}{e}<1$이다.

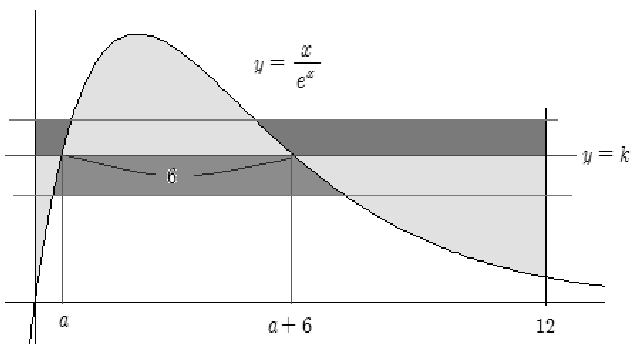
(ⅰ) $t>\dfrac{1}{e}$일 때

$$g(t)=\int_0^{12}(t-f(x))dx$$
$$=12t-\int_0^{12}f(x)dx$$

이므로 $g'(1)=12$이다.

(ⅱ) $\dfrac{12}{e^{12}}\le t\le\dfrac{1}{e}$일 때

x에 대한 방정식 $f(x)=t$는 두 실근 a, $b(a<b)$를 갖는다.



$$g(t)=\int_0^a(t-f(x))dx+\int_a^b(f(x)-t)dx+\int_b^{12}(t-f(x))dx$$
$$=\int_0^{12}(t-f(x))dx+2\int_a^b(f(x)-t)dx$$
$$=t\int_0^{12}dx-\int_0^{12}f(x)dx+2\int_a^b f(x)dx-2t\int_a^b dx$$

이므로 이 식을 미분하면

$$g'(t)=12-0+2(f(b(t))\times b'(t)-f(a(t))\times a'(t))$$
$$-2(b(t)-a(t))-2t(b'(t)-a'(t))$$
$$=12-2(b-a)$$

이다.

$$g'(k)=12-2(b-a)=0\ \Rightarrow\ b-a=6,\ b=a+6$$

따라서 $f(a)=f(a+6)$이므로

$$\frac{a}{e^a}=\frac{a+6}{e^{a+6}}\ \Rightarrow\ \frac{a+6}{a}=e^6\ \Rightarrow\ \ln\left(\frac{6}{a}+1\right)=\ln e^6=6$$

이다.
(ⅰ), (ⅱ)에서

$$g'(1)+\ln\left(\frac{6}{a}+1\right)=12+6=18$$