



“

2017 수능 물리 1의 완성을 위한

물리1 계산 유형 솔루션

”

design _naram

[목차]

1. 돌림힘에 필요한 기본 역학 개념

- [1] 힘의 단위와 중력, 수직항력, 장력

2. 돌림힘의 기본 개념

- [1] 돌림힘의 크기와 방향
- [2] 돌림힘 평형 상태와 물체의 무게 중심
- [3] 최대 최소 문제와 그에 따른 회전축의 판단
- [4] 자료의 변형

3. 분산법

- [1] 영향력의 정의
- [2] 내분법
- [3] 내분법의 적용 방식
- [4] 외분법
- [5] 외분법의 적용 방식
- [6] 내분법과 외분법의 동등성
- [7] 분산에 의한 거리의 역추론

4. 가정법

- [1] 가정법의 정의
- [2] 가정법의 주의 사항
- [3] 가정법의 방향성

*문항 번호는 시행년/월/번호를 의미한다. (예비 시행은 12월로 정의)

ex) 2014년 3월 시행 모의고사 20번 = 20140320

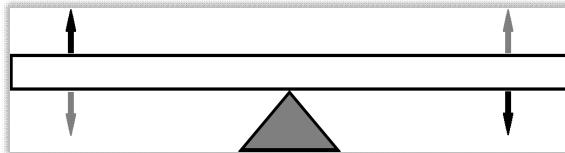
2015학년도 수능 20번 = 20141120

2. 돌림힘의 기본 개념.

[1] 돌림힘의 크기와 방향

돌림힘의 정의 : 어떠한 회전축을 기준으로 물체의 회전에 영향을 주는 힘.

돌림힘의 방향 : 돌림힘의 방향은 크게 시계방향의 돌림힘과 반시계 방향의 돌림힘 두 가지로 나뉜다.



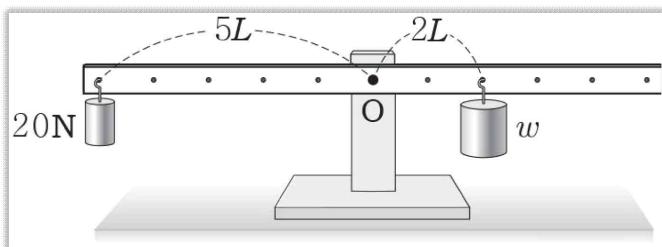
반시계 방향 돌림힘 = 회색, 시계 방향 돌림힘 = 검정색
(각 방향에 힘을 준다고 생각해 보자)

돌림힘의 크기 : 물체에 의한 돌림힘은 받침점으로 부터의 거리와 물체의 무게에 비례한다. 따라서 물체에 의한 돌림힘은 이 둘의 곱 $\tau = r \times mg$ 이다.

[2] 돌림힘 평형 상태와 물체의 무게 중심

돌림힘 평형 상태 : 시계반향의 돌림힘의 합과 반시계 방향의 돌림힘의 합이 같을 때 지레는 회전하지 않고 평형상태를 유지하며 이 상태를 돌림힘 평형 상태라 한다.

돌림힘 평형 상태 : 시계방향의 돌림힘 합 = 반시계 방향의 돌림힘 합

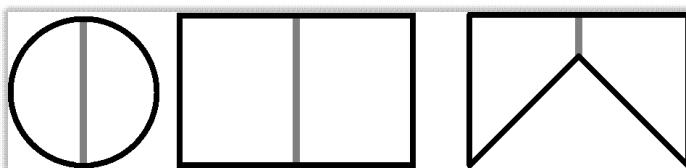


예) 위 지레는 돌림힘 평형상태를 유지하고 있다. ω 의 값을 구하여라.

위 문항을 풀어보면 아래와 같은 결과를 얻을 수 있다.

어느 한 받침점을 기준으로 두 물체가 돌림힘 평형을 이루고 있을 경우
두 물체의 무게비는 거리비의 반대비이다.

물체의 무게중심 : 물체의 모든 질량이 어느 한 점에 모여 있다고 가정해도 무방한 지점을 물체의 무게중심이라고 한다. 받침점에서 물체까지의 거리는 받침점부터 물체의 무게중심축까지의 거리를 의미한다.



대칭형 물체의 무게 중심은 대칭축 위에 존재한다.

[4] 자료의 변형

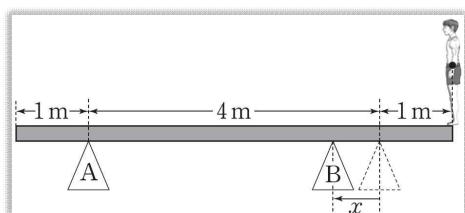
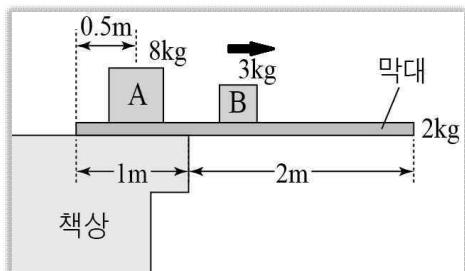
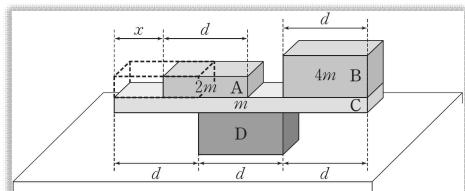
위에서 배운 내용들을 모두 정리하면 아래와 같다.

- 1) 돌림힘 평형상태일 때 시계방향 돌림힘과 반시계방향 돌림힘의 합은 같다.
- 2) 좌우 대칭 물체의 무게중심은 물체의 가운데 축 위에 존재한다.
- 3) 받침점과 관계없이 실제 회전축의 개수는 1개이다.
- 4) 최대 최소 문제에는 실제 회전축이 존재하며 나머지 받침점은 무의미하다.
- 5) 실제 회전축이 아닌 나머지 회전축의 수직항력은 0이다.

위 규칙에 따라 그림 자료를 쉽게 바꿀 때 아래의 규칙을 따른다.

- a) 대칭형 물체는 원으로 바꾼다.(단 접촉점은 물체의 중심축과 지레의 교점)
- b) 회전 가능한 지점에는 받침점을 그려준다.
- c) 최대 최소 문제에서 실제 회전축을 제외한 나머지 받침점은 지운다.

예제) 위 규칙에 따라 아래의 그림을 보기 쉽게 변형해보자.



3. 분산법

[1] 영향력의 정의

영향력 : 어떠한 물체가 특정 지점의 수직항력에 영향을 주는 정도.

ex) 물체 A에 의해 a지점과 b지점의 수직항력이 2N, 3N씩 증가했을 때, A의 영향력 (a,b)는 (2,3)이라고 표기한다. 또한 계산의 용이성을 위해 앞에 상수를 곱해주기도 한다.

ex) $2(2,4) = (4,8)$

영향력의 특징 : 물체의 수직항력은 접촉점을 통해 퍼져나가며 이들의 합은 해당 물체에 작용하는 중력의 크기 즉, 물체의 무게와 같다.

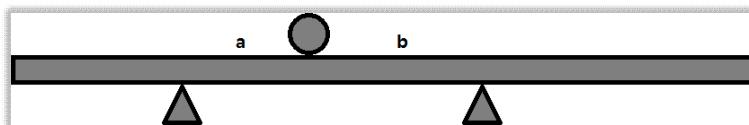
[2] 내분법

내분법 : 두 받침점 사이에 있는 물체에 의한 영향력을 계산하는 방식.

계산 방식은 아래와 같다.

두 받침점 사이에 존재하는 물체로부터 받침점까지의 거리가 a:b 일 때
물체의 영향력은 b:a로 분산된다.

(증명)



두 받침점의 수직항력이 각각 A, B일 때 $A + B = m$ 이다.

또한 오른쪽 받침점을 기준으로 돌림힘 평형 식을 세우면 아래와 같다.

$$bm = (a+b)A \quad A = \frac{bm}{a+b}, \quad B = \frac{am}{a+b}$$

따라서 $A : B = b : a$ 이며 A, B의 합은 물체의 질량(무게)과 같으므로 물체에 의한 수직항력은 b:a로 분산됨을 알 수 있다.

내분법에 의한 분산의 특징

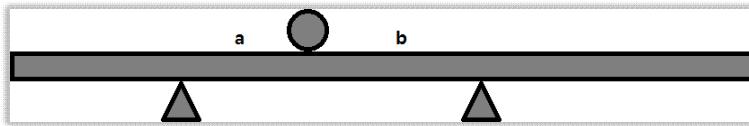
(1) 물체에 의한 영향력 (a,b)에 대하여 $a > 0, b > 0$ 이다.

(2) 물체의 영향력의 반대비는 거리비이다.

* 물체가 받침점 사이가 아닌 받침점 위에 존재할 때.

이때도 역시 내분법으로 설명이 가능하다. 위 그림의 왼쪽받침대 위에 물체가 있을 경우 왼쪽받침대와 오른쪽 받침대까지의 거리가 0:k이므로 영향력은 k:0 이다. 즉, 해당 물체의 영향력은 (m,0)이다.

[3] 내분법의 적용 방식



$$A = \frac{bm}{a+b}, \quad B = \frac{am}{a+b}$$

위에서 다룬 증명에 의하면 위 물체의 영향력은 $(\frac{bm}{a+b}, \frac{am}{a+b})$ 이다.

그렇다면 이를 어떻게 생각해 나가야 하는지 알아보자.

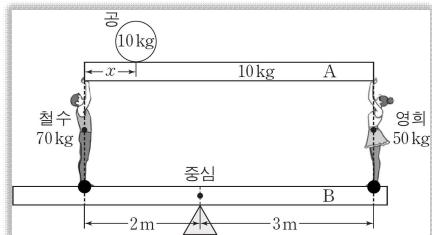
(1) 거리비가 $a:b$ 이므로 영향력은 (b, a) 이다.

(2) (b, a) 의 합은 $a+b$ 이므로 $a+b$ 로 나누어준다. $\frac{1}{a+b}(b, a)$

(3) 영향력의 합이 1이므로 실제 질량 m 을 곱해준다. $\frac{m}{a+b}(b, a)$

*위처럼 생각하는 이유는 분산이 눈에 확 들어오지 않을 때도 있기 때문이다.
따라서 위와 같은 단계를 거쳐 영향력을 구하도록 하자.

예제) 표시한 지점에 대한 각 물체의 영향력을 구하여라.

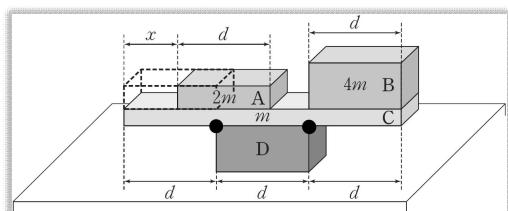


철수 =

영희 =

A =

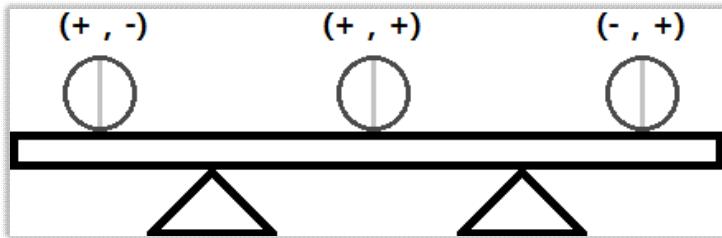
공 =



막대 B =

막대 C =

즉, 물체의 외부, 내부 위치에 관계없이 내분법을 써도 되고 외분법을 써도 무방하다. 단, 가정 방식에 따라서 k 값이 다르게 나올 뿐 결과적으로 구한 영향력은 같게 나온다. 그렇다면 이렇게 다르게 구한 영향력으로 위치를 어떻게 파악해야 할까?

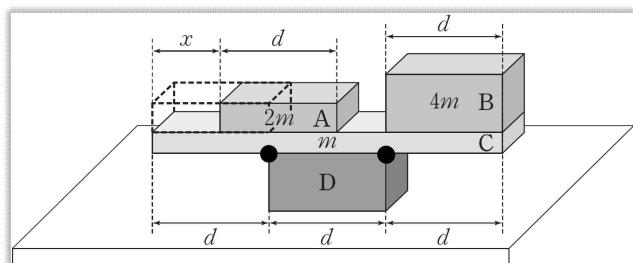


위 그림은 영향력의 부호에 따른 물체의 위치를 나타낸 것이다. 또한 위에서 배운 대로 영향력의 크기의 절댓값 비는 거리비의 반대와 일치한다. 따라서 위 내용을 바탕으로 물체의 위치를 추론하는 방법은 아래와 같다.

- (1) 물체의 영향력을 $(m-k, k)$ 또는 $(m+k, -k)$ 로 가정한다.
- (2) 영향력의 합을 통해 계산을 하여 영향력을 구한다.
- (3) 영향력의 부호를 통해 물체의 범위를 찾는다.
- (4) 영향력의 비율을 통해 물체의 실제 위치를 찾는다.

물체의 영향력이 $(-1, 3)$ 이면 물체는 오른쪽에 있을 것이며 영향력의 절댓값 비율이 3:1이므로 이를 통해 실제 위치를 알 수 있을 것이다. 물체의 대략적인 위치가 가운데에 있을 거라 생각하고 $(m-k, k)$ 라 둬도 되며 외부에 있을 거라고 생각하여 $(m+k, -k)$ 나 $(-k, m+k)$ 라 둬도 상관없다. 단, 가정에 따라 k 값이 다르게 나올 뿐임을 기억해두자.

예제) 2015학년도 수능 20번



A의 최대 이동거리 x 를 구하여라.

(1) 총 영향력이 (a, b) 일 때 a 와 b 중 어느 값이 0인가?

(2) B, C의 영향력의 합은 몇인가?

(3) A의 영향력은 몇인가?

(4) A의 무게중심의 위치는 어디인가?

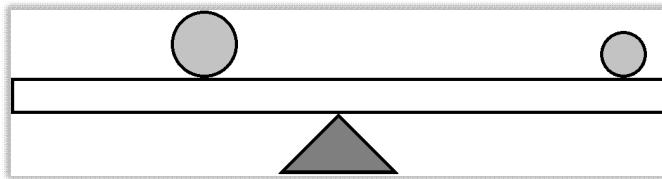
(5) x 의 값을 구하여라.

4. 가정법

[1] 가정법의 정의

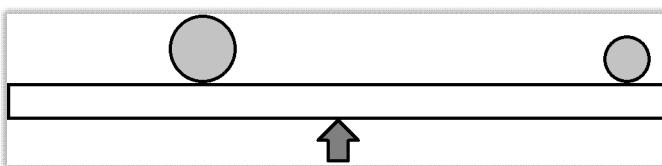
가정법 : 돌림힘 평형 상태에서 회전축을 구분 할 수 없음을 이용하여 회전축을 임의로 가정하여 푸는 방식. 받침점의 수직항력을 힘이라 생각하고 다른 지점을 회전축이라 가정하여 돌림힘 평형식을 세워 푼다.

물체가 어느 한 점을 기준으로 회전할 때, 그 점을 회전축이라 한다. 예를 들어 가운데를 기준으로 회전을 하는 상태의 시초는 가운데 지점을 회전축으로 회전하는 상태이다. 하지만, 정지 상태면 어느 지점이 회전축인지 구분이 불가능하다. 아래 그림을 보도록 하자.



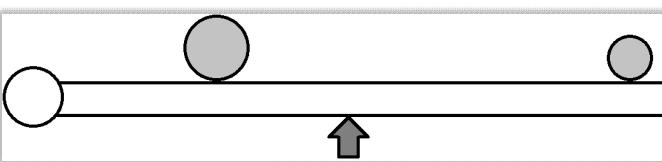
[그림1]

위 그림에서 회전축이 어디냐고 다면 가운데 받침대를 회전축이라 생각하는 사람이 많을 텐데 왜 회전하지도 않는는데 회전축이 있다고 생각할까? 아마 저 지점을 중심으로 “회전이 가능하기 때문에”라고 생각한것일거다.



[그림2]

이번에는 받침대에 작용하는 수직항력을 화살표로 나타내봤다. 이건 힘의 평형상태를 이루고 있으며 회전하지 않으므로 회전축이 어딘지 알 수 없다.

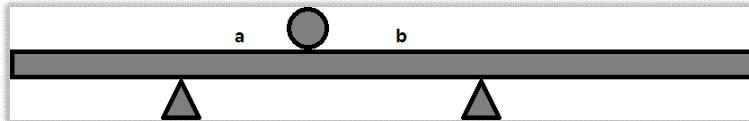


[그림3]

처음에 받침대를 회전축이라 생각했다면 위 그림은 어떻게 판단하는가?

위 그림은 왼쪽지점을 고정시켜 맨 왼쪽을 기준으로 회전할 수 있기 때문에 이때는 왼쪽이 회전축이 아닌가? 이렇게 **돌림힘 평형상태**에서는 회전축을 구분할 수 없다. 첫 번째 그림은 가운데가 회전축이라 생각할 수도 있고 세 번째 그림처럼 생각하면 맨 왼쪽이 회전축이라 생각할 수도 있는 것이다. 이렇게 특정 지점을 회전축으로 가정하여 평형식을 세우는 것을 **가정법**이라고 한다.

가정법은 사실 위에서 내분법을 증명할 때도 사용되었다.



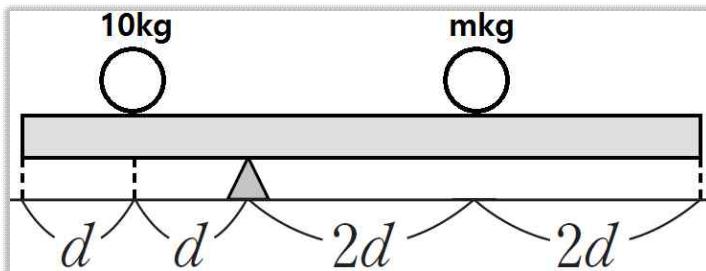
두 받침점의 수직항력이 각각 A, B일 때 $A + B = m$ 이다.

또한 오른쪽 받침점을 기준으로 돌림힘 평형식을 세우면 아래와 같다.

$$bm = (a+b)A \quad A = \frac{bm}{a+b}, \quad B = \frac{am}{a+b}$$

위에서는 오른쪽 받침점을 회전축이라 가정하며 왼쪽 받침점을 힘을 주는 매개체라 생각하고 증명한 것이다. 왜 받침대도 없는 지점을 회전축이라 가정했는가? 위 내용대로 회전상태가 아니면 회전축을 구분 할 수 없기 때문이다.

예제) 조건에 맞게 식을 세워 m의 값을 구하시오. (막대의 무게는 무시한다)



(1) 받침대를 기준으로 돌림힘 평형식을 세워 m을 구하여라.

(2) 막대의 맨 왼쪽 끝점을 기준으로 돌림힘 평형식을 세워 m을 구하여라.

(3) 막대의 맨 오른쪽 끝점을 기준으로 돌림힘 평형식을 세워 m을 구하여라.

앞에서 정지상태의 물체는 회전축을 구분할 수 없음을 알았으며 위 예제를 통해 실제로 회전축의 위치에 관계없이 m의 값이 일정하게 나온다는 것을 알았다. 그렇다면 이러한 가정법 풀이에서 주의해야 할 상황에 대해서 알아보도록 하자.

[2] 가정법의 주의 사항

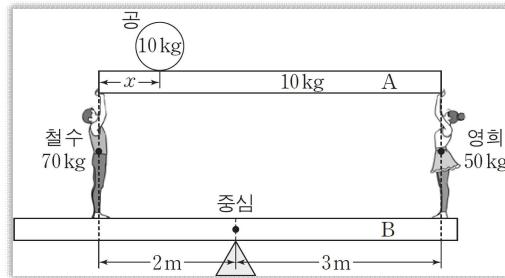
가정법에서 가장 많이 이용하는 이유는 아래와 같다.

1) 힘의 방향의 혼동.

회전축을 원래 위치와 다른 곳으로 가정하다보니 힘의 방향을 착각하고 이로 인해 돌림힘 평형식을 잘못 세우는 사례가 굉장히 많다.

2) 수직항력의 혼동.

이에 대해서는 백문이 불여일견이니 아래 그림을 보도록 하자.

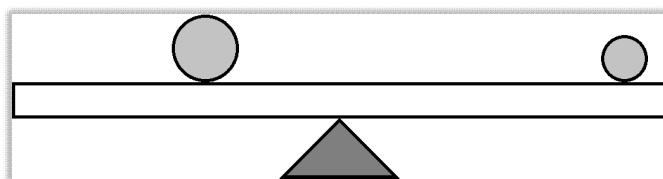


위 그림에서 받침대에 작용하는 수직항력은 얼마인가? 막대A, 공, 철수, 영희의 질량을 모두 합한 것이 140kg이고 거기에 막대 B의 무게를 더한 140kg+Bkg일 것이다. 하지만 위 문항을 가정법으로 풀 땐 수직항력을 140kg이라고 가정해야 올바른 정답이 나온다. 왜 그런 것일까?

시소의 가운데 위치에 서있어도 시소는 회전하지 않을 것이다. 마찬가지로, 위 그림도 받침대 위에 어떠한 물체를 두더라도 그 물체에 의해 막대가 회전하는 것은 불가능 하다. 엄밀하게 설명하자면 해당 물체에 작용하는 중력과 물체와 막대사이에 작용하는 수직항력이 서로 비기기 때문이다.

하지만 이러한 의문을 가질 수 있다.

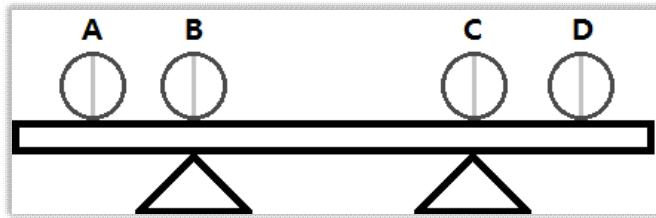
다른 물체들도 수직항력에 의하여 정지 상태인 것이 아닌가?



위 그림에서 오른쪽 공이 없다면 왼쪽 물체는 과연 정지할까? 아마 왼쪽으로 회전해서 운동하게 될 것이다. 따라서 왼쪽 물체가 정지할 수 있는 이유는 오른쪽 물체 때문이다. 하지만 받침대 위에 물체를 뒀을 때 이 물체가 정지하는 이유는 다른 물체 때문일까? 본인의 중력과 그 지점에 작용하는 수직항력이 비기기 때문에 정지 상태인 것이다. 따라서 받침대 위에 있는 물체는 무시해 준다.

참고로 첫 번째 그림은 14수능 그림이며 막대 B의 질량은 주어지지 않았다.

하지만 받침대 위에 있다고 항상 그 물체를 무시해야 하는 것은 절대 아니다.



B, C가 받침대 위에 있다고 항상 무시하는 것은 아니다. 문제에 따라 다르다.
문제에 따라서 자료의 변형과정을 거친 뒤 판단해야 한다.

- (1) A가 점점 무거워지거나 D가 점점 가벼워지는 상황
왼쪽 받침대를 기준으로 회전하므로 오른쪽 받침대를 지우게 된다.
따라서 B를 무시해준다.
- (2) A가 점점 가벼워지거나 D가 점점 무거워지는 상황
오른쪽 받침대를 기준으로 회전하므로 왼쪽 받침대를 지우게 된다.
따라서 C를 무시해준다.

[3] 가정법의 방향성

가정법의 장점을 끊자면 어떤 곳에 가정하든 문제가 풀린다는 것이다.
그렇다면 어느 점에 가정하는 것이 좋을까? 아래의 방향성을 가지도록 하자.

- (1) 문제에서 요구하는 값에 대해 식을 정리하기 쉽도록 가정한다.
- (2) 가정하는 지점에 의해 두 힘의 상쇄되는 지점에 대해 가정한다.

(1)의 경우에는 구하고자 하는 값이 x 일 때 $kx = []$ 꼴로 깔끔하게 나타낼 수 있도록 가정한다. 대표적으로 20131120이 있다.

(2)의 경우에는 문제상에 주어져 있는 두 무게, 혹은 두 힘을 상쇄시키기 위해 두 힘의 비율의 반대비율에 해당하는 내분점에 가정한다.
대표적으로 20160320이 있다.