2017학년도 수능 6월 모평 가형 30번 풀이

#30.

$\log_2(na-a^2)=\log_2(nb-b^2)=k$로 두면. (자연수)

$na-a^2=nb-b^2=2^k$ ⋯ ①

$a^2-b^2-na+nb=0$.

$(a+b)(a-b)-n(a-b)=0$.

$(a-b)(a+b-n)=0$.

$\cancel{a=b}$ or $a+b=n$ ⋯ ②.

$0<b-a\le\frac{n}{2}$에 $a+b=n$을. b대.

$0<(n-a)-a\le\frac{n}{2}$

$-n<-2a\le-\frac{n}{2}$

$\frac{n}{4}\le a<\frac{n}{2}$ ⋯ ③

②. ③에 의해

$\frac{n}{4}\le n-b<\frac{n}{2}$

$-\frac{3}{4}n\le -b<-\frac{n}{2}$

$\frac{n}{2}<b\le\frac{3}{4}n$ ⋯ ④

①, ②에 의해

$a(n-a)=ab=2^k$ ⋯ ⑤.

②. ⑤로부터 a. b는 방정식

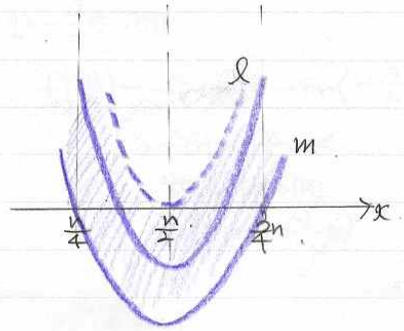
$x^2-nx+2^k=0$

의 서로 다른 두 실근이고.

이차함수 $y=x^2-nx+2^k$과 x축 교점의 x좌표다.

축 $x=\frac{n}{2}$.

따라서. 이차함수의 그래프는 다음과 같이 그려져야 한다.



그래프가 곡선 l 아래쪽에 그려지려면.

$D=n^2-4\cdot 2^k>0$.

$2^k<\frac{n^2}{4}$ ⋯ ⑥

그래프가 곡선 m 또는 그 위쪽에 그려지려면.

$x=\frac{n}{4}$일 때. $y=-\frac{3}{16}n^2+2^k\ge 0$.

$2^k\ge\frac{3}{16}n^2$ ⋯ ⑦

⑥, ⑦로부터 $\frac{3}{16}n^2\le 2^k<\frac{n^2}{4}$

n의 값을 찾기 위해. n^2의 범위를 표현하고,

$k=1, 2, 3, \cdots$을 대입.

$4\cdot 2^k<n^2\le\frac{16}{3}\cdot 2^k$.

i) $k=1$일 때 $8<n^2\le\frac{32}{3}$ $_{10.xxx}$ $\Rightarrow n=3$.

ii) $k=2$일 때. $16<n^2\le\frac{64}{3}$ $_{21.xxx}$ $\Rightarrow$ n 없음

iii) $k=3$일 때. $32<n^2\le\frac{128}{3}$ $_{42.xxx}$ $\Rightarrow n=6$.

iv) $k=4$일 때. $64<n^2\le\frac{256}{3}$ $_{85.xxx}$ $\Rightarrow n=9$.

v) $k=5$일 때. $128<n^2\le\frac{512}{3}$ $_{170.xxx}$ $\Rightarrow n=12, 13$.

vi) $k=6$일 때. $256<n^2\le\frac{1024}{3}$ $_{341.xxx}$ $\Rightarrow n=17, 18$.

∴ i)~vi)으로부터 n값의 합은 78.

작성자: 박수칠@orbi.kr

#30.

$\log_2(na-a^2) = \log_2(nb-b^2) = k$ 자연수

$na-a^2 = nb-b^2 = 2^k$

$a^2-b^2-na+nb=0$

$(a+b)(a-b)-n(a-b)=0$

$(a-b)(a+b-n)=0$

$\cancel{a=b}$ or $a+b=n$

$na-a^2=2^k$

$a(n-a)=2^k$

$ab=2^k$

$0<b-a\le \frac{n}{2}$

$0<(b-a)^2\le \frac{n^2}{4}$

$0<(a+b)^2-4ab\le \frac{n^2}{4}$

$0<n^2-4\cdot 2^k\le \frac{n^2}{4}$

$4\cdot 2^k<n^2$ $\qquad$ $\frac{3}{4}n^2\le 4\cdot 2^k$

$n^2\le \frac{16}{3}\cdot 2^k$

$\therefore 4\cdot 2^k<n^2\le \frac{16}{3}\cdot 2^k$

i) $k=1$일 때. $8<n^2\le \frac{32}{3}$ 10.xxx $\Rightarrow n=3$.

ii) $k=2$일 때. $16<n^2\le \frac{64}{3}$ 21.xxx $\Rightarrow n$ 없음.

iii) $k=3$일 때. $32<n^2\le \frac{128}{3}$ 42.xxx $\Rightarrow n=6$.

iv) $k=4$일 때. $64<n^2\le \frac{256}{3}$ 85.xxx $\Rightarrow n=9$.

v) $k=5$일 때. $128<n^2\le \frac{512}{3}$ 170.xxx $\Rightarrow n=12, 13$.

vi) $k=6$일 때. $256<n^2\le \frac{1024}{3}$ 341.xxx $\Rightarrow n=17, 18$.

~~vii) $k=7$일 때. $512<n^2$~~

$\therefore$ n값의 합은 78.

아이디어 제공:
베리감사님, fdasdw2님